Beiträge zur Meereskunde
#4

DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

LIBRARY
MAR 23 1962
FISH & WILDLIFE SERVICE

BEITRÄGE ZUR MEERESKUNDE

HERAUSGEGEBEN
VON
ERICH BRUNS

HEFT 4

AKADEMIE - VERLAG · BERLIN
1961

DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

BEITRÄGE ZUR MEERESKUNDE

HERAUSGEGEBEN

VON

ERICH BRUNS

HEFT 4

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN
1961

Erschienen im Akademie-Verlag GmbH, Berlin W 8, Leipziger Straße 3—4
Copyright 1961 by Akademie-Verlag GmbH
Lizenznummer: 202 • 100/554/61
Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“ Bad Langensalza
Bestellnummer: 2105/4 · E S-Nr. 18 E 4 · Preis: DM 13,20
Printed in Germany

INHALT

E. Bruns: In memoriam Gerhard Schott 5

E. Bruns: In memoriam
Juri Wenjaminowitsch Preobzaschenskij 7

G. Sager: Die numerische Bestimmung des Einflusses periodischer Wasserstandsstörungen auf Registrierpegel 9

E. Bruns: Besprechung zu „Oceanografia dla marynarzy“ (Ozeanographie für Nautiker) von Karol Zagrodzki 54

In memoriam
Gerhard Schott

Im Alter von fast 95 Jahren verstarb am 15. Januar 1961 in Hamburg-Altona der am 15. August 1866 in Tschirma (Reuss) geborene bekannte deutsche Meereskundler Professor Dr. phil. GERHARD SCHOTT.

Schon früh wählte er als Gebiet seiner Forschungstätigkeit die vielseitige Erforschung der Ozeane und Meere und brachte für diesen Zweig der Wissenschaft eine Vielzahl von wissenschaftlichen Abhandlungen und bedeutenden Werken hervor, die vorwiegend auf den reichen Unterlagen der Deutschen Seewarte, und auch durch seine eigenen Messungen und Beobachtungen während seiner Expeditionstätigkeit in verschiedenen Ozeanen und Meeren entstanden.

G. SCHOTT war bereits unter Direktor GEORG VON NEUMEYER Mitarbeiter der Deutschen Seewarte in Hamburg und wurde 1912 mit der Leitung der neu geschaffenen Abteilung Ozeanographie der Seewarte beauftragt, die er erfolgreich bis zum Jahre 1931 führte.

1912 erschien sein großes Werk „Geographie des Atlantischen Ozeans", 1926 die zweite erweiterte Auflage. 1921 wurde G. SCHOTT neben seiner Tätigkeit an der Deutschen Seewarte in Hamburg Professor für Meereskunde an der dortigen Universität. Er beschränkte sich in seiner gesamten wissenschaftlichen Tätigkeit nicht nur auf sein Hauptfach Ozeanographie (Meereskunde), sondern er betrachtete die Meere in allen ihren Aspekten und veröffentlichte z. B. 1938 auch eine „Klimakunde der Südsee-Inseln".

Im Jahre 1935 — in seinem 69. Lebensjahr — veröffentlichte G. SCHOTT das Hauptwerk seines Lebens die „Geographie des Indischen und Stillen Ozeans", eine grundlegende und umfangreiche Monographie. Es ist kaum einem Meereskundler beschieden worden, wie dem immer intensiv arbeitenden G. SCHOTT, große Monographien, und zwar für alle drei Ozeane, zu veröffentlichen.

Auch nach Erreichen der Altersgrenze blieb G. SCHOTT weiter schaffensfreudig und wissenschaftlich interessiert und schuf noch eine Reihe wissenschaftlicher Arbeiten, die die deutsche Meereskunde weiter bereicherten.

Die gesamte wissenschaftliche Tätigkeit von GERHARD SCHOTT wurde durch zahlreiche wissenschaftliche Auszeichnungen geehrt. Er war Mitglied der Deutschen Akademie der Naturforscher (Leopoldina) zu Halle und korrespondierendes Mitglied der Göttinger Akademie der Wissenschaften. *Erich Bruns*

In memoriam
Jurij Wenjaminowitsch Preobraschenskij

Am 9. April 1961 verstarb unerwartet an den Folgen einer Gallenoperation in der Blüte seines Schaffens der Leiter der Leningrader Filiale des Staatlichen Ozeanographischen Institutes der Sowjetunion Jurij Wenjaminowitsch Preobraschenskij — ein namhafter Meereskundler der UdSSR.

Der Verstorbene gehörte zu den Wissenschaftlern seines Vaterlandes, der durch seine unermüdliche wissenschaftliche Arbeit dazu verhalf, daß die UdSSR führend in der internationalen Erforschung der Meere und Ozeane wurde.

Als vielseitig gebildeter und interessierter Schüler des bekannten russischen Meteorologen und Meereskundlers A. A. Kaminskij widmete sich J. W. Preobraschenskij vorerst der hydrometeorologischen Erforschung der Küstengewässer des Finnischen Meerbusens, um alsdann größere meereskundliche Forschungsarbeiten in den Küstengewässern des Weißen Meeres und insbesondere der Barentssee auszuführen.

Die Barentssee bannte den Verstorbenen während seines ganzen Lebens. Mit Recht bezeichnete man J. W. Preobraschenskij als einen der besten Könner der Meereskunde der Barentssee und insbesonders ihrer Küstengewässer, denen er eine Vielzahl von wissenschaftlichen Abhandlungen widmete, die auch teilweise im Rahmen des von ihm seinerzeit in der Abteilung Meereskunde des Staatlichen Hydrologischen Institutes in Leningrad geleiteten Katasters der Meere der UdSSR entstanden.

Nach dem Tode von Professor K. M. Derjugin leitete J. W. Preobraschenskij die genannte Abteilung Meereskunde, die später als Leningrader Filiale in den Verband des Staatlichen Ozeanographischen Institutes in Moskau aufgenommen wurde, und die er in den Nachkriegsjahren durch seine große auch organisatorische Schaffenskraft zu einer Blüte brachte.

Die wissenschaftliche Tätigkeit des Verstorbenen umfaßte insgesamt mehr als 100 verschiedene wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Aufgabengebiet der Meereskunde und der maritimen Meteorologie verschiedener Meere, insbesondere der Barentssee, sowie eine Vielzahl im Entstehen gewesener Abhandlungen, deren Veröffentlichung nunmehr seinen zahlreichen Mitarbeitern obliegt.

J. W. Preobraschenskij war ein gerader und aufrichtiger Mensch, der seinem Fach und den von ihm ausgewählten Freunden niemals untreu wurde.

Auf Grund einer ehemaligen langjährigen Zusammenarbeit und freundschaftlichen Beziehungen zu dem Verstorbenen ist es mir ein Bedürfnis die tiefe Trauer zum vorzeitigen Ableben des unvergeßlichen Jurij Wenjaminowitsch Preobraschenskij hiermit zu bekunden.

Erich Bruns

Die numerische Bestimmung des Einflusses periodischer Wasserstandsstörungen auf Registrierpegel[1])

von Günther Sager

INHALTSÜBERSICHT

Seite

Zusammenfassung 9
Die historische Entwicklung der Schachtpegel 11
Die bisherigen Kenntnisse über die Dämpfung 17
Der Einfluß einfacher und kurzperiodischer Störungen 23
Die Auswirkung von Störungen mit längerer Periode 32
Systematische Ausdehnung der Untersuchungen auf verschiedene Amplituden, Perioden und Dämpfungsverhältnisse 41
Literatur 53

Zusammenfassung: In der Arbeit wird zunächst Rückschau auf den Bau von Schachtpegeln gehalten, der im alten Ägypten bereits eine vollendete Form erhalten hatte, wie am Beispiel des Nilometers von Kairo erläutert wird. In Deutschland tauchen Lattenpegel dagegen erst tausend Jahre später auf, während die Registrierpegel zum Zweck einer vollständigen Analyse der Gezeitenkurve erst um 1830 in England entstanden sind. Zu diesen Geräten sind vor drei Jahrzehnten die in einiger Entfernung von der Küste gegründeten Seepegel gekommen, die weniger durch die besonderen Eigenarten des Ufers und der Ästuare beeinflußt sind. Als jüngste Entwicklung wird der Differential-Pegel behandelt, der als System gekoppelter Pegel mit unterschiedlicher Dämpfung neben der eigentlichen Wasserstandskurve die Seiches gesondert verzeichnet.

Zum Hauptproblem der Arbeit leiten die Betrachtungen der Entwicklung der Kenntnisse von der Dämpfung über, wozu einige Autoren zitiert werden. Zwar hat man schon um 1850 dem Begriff der Dämpfung Bedeutung beigemessen, dagegen befaßt man sich erst seit der Jahrhundertwende mit Details, wobei die Abnahme der Amplituden der Windwellen mit der Tiefe erkannt wird, deren formelmäßige Darstellung in einem Diagramm wiedergegeben

---

[1]) Dissertationsarbeit zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Karl-Marx-Universität Leipzig

ist. Alsdann werden die beiden neueren Arbeiten zur Bestimmung der Dämpfung bzw. des Durchmessers des Verbindungsrohrs (Tubus) zwischen Außenwasser und Pegelschacht behandelt. Dabei gibt Wolfzun die Gedankengänge für Flußpegel wieder, deren Dimensionierung in der Sowjetunion wie anderswo bisher zu wenig Beachtung geschenkt wurde, während sich Balay — angeregt durch die Seiches bei Mar del Plata in Argentinien — im Zusammenhang mit der Entwicklung des Differential-Pegels der Unterdrückung von Wasserstandsstörungen mit längerer Periode widmet.

Den nur überschlägigen Rechnungen von Balay wird ein systematisches Vorgehen gegenübergestellt. Dabei wird zunächst in Anlehnung an eine frühere Arbeit des Verfassers der Fall eines einmaligen Ausgleichs des inneren an den äußeren Wasserstand, sodann eine lineare Störung und schließlich eine kurzfristige periodische Störung des äußeren Wasserspiegels untersucht, wobei man mit semigraphischen Methoden bzw. elliptischen Integralen zum Ziel kommt. Im Ergebnis wird die Formel von Balay korrigiert und ein Zusammenhang zwischen den bei einer vorgeschriebenen maximalen Schachtspiegelschwankung zulässigen Periodenlängen und den verschiedenen Dämpfungsverhältnissen und Tiefen-reduzierten Amplituden hergestellt. Das zugehörige Diagramm wird durch die Beziehungen zwischen Höhe, Periode und Länge der Meereswellen nach Schumacher ergänzt.

Für längerperiodische Störungen wird die Methode der successiven Approximationen nach Runge und Kutta — in Übereinstimmung bis einschließlich der Glieder vierter Ordnung — herangezogen und an dem Beispiel der Sinusfunktion über drei Perioden verfolgt, wobei die Periodizität ein Kriterium für den Grad der Abweichung der Approximation ermöglicht. Tabellen geben die Teilwerte für die 40 Schritte in jeder Periode und die Meßzahlen für die Abweichungen an. Nach einer groben Näherung durch eine einfache Sinusfunktion wird die eingetretene Endform der Schwingung im Pegelschacht einer Fourier-Analyse unterworfen, wonach die Fourier-Entwicklung so transformiert wird, daß die Abweichungen gegen die reine Sinusform hervortreten.

Im Hauptteil der Arbeit wird die Berechnung des Innenwasserspiegels bei periodischer äußerer Störung auf fünf Amplituden ausgedehnt, wobei zur übersichtlichen Berechnung Tabellen für die Eingangswerte mitgeteilt sind. Bei der Interpretation der in Tabellen und Kurven dargestellten Ergebnisse ist die Tatsache des gleichen inneren Verhaltens bei konstantem Produkt aus Dämpfung und Periode der Störung von erstrangiger Bedeutung. Neben der Übersicht der Fehler im ersten Maximum ergeben die Quotienten der Amplitudenabnahme in den beiden ersten Extrema einen Anhaltspunkt über die Stabilisierung des inneren Bewegungsvorgangs. Aus den Quotienten der maximalen inneren und der äußeren Amplitude ist ferner eine angenäherte Interpolation möglich, die es gestattet, die Einflüsse von Amplitude, Dämpfung und Periode auch für die nicht im einzelnen berechneten Störungen zwischen 2 und 25 cm Amplitude abzuschätzen, wobei der Durchflußkoeffizient des Tubus noch beliebig variiert werden kann.

1. Die historische Entwicklung der Schachtpegel

Mit den Schwankungen des Wasserstands sind wohl die Völker aller Epochen und Kulturkreise in Berührung gekommen, sei es nun die wechselnde Wasserführung der Flüsse oder das regelmäßige Steigen und Fallen an den Küsten der Gezeitenmeere. Mit den fluvialen Verhältnissen waren die Menschen des klassischen Altertums vertraut, ob im Zweistromland des alten Babylon, an den Ufern des Nils oder der indischen Ströme. Das Regime der Gezeiten lernten die Griechen und Römer erst auf ihren ausgedehnten Reisen kennen, da der Mittelmeerraum ausgesprochen tidearm ist. Bereits Pytheas von Marseille, der 325 vor unserer Zeitrechnung den Ozean von der Straße von Gibraltar bis England durchfahren hat und in die Nordsee vorgedrungen ist, soll die Höhe der Gezeiten gemessen haben. Indessen wissen wir kein genaueres Datum über den Beginn der Messungen von Flußwasserständen, verbürgt ist jedoch, daß sie am Nil seit Jahrtausenden betrieben werden.

Den ältesten Bericht über Schachtpegel verdanken wir Strabo, der von etwa 60 vor bis 20 nach der Zeitenwende lebte. Er gab in seiner „Geographica" (Buch XVII, Kapitel 1) folgende Darstellung der in Ägypten verwendeten Wasserstandsmesser: „An den Grenzen Äthiopiens liegt die ägyptische Stadt Syene und ein halbes Stadium (1 Stadion = 200 Schritt, ungefähr 160 m) weiter stromauf die Nilinsel Elephantine. Darauf befindet sich eine Stadt mit einem Tempel des Knuphis und ein Nilmesser wie in Memphis. Der Nilometer besteht aus einem Brunnen in der Nähe des Nilufers. Er ist aus sauber gefügten Quadern aufgeführt, an denen der höchste, geringste und mittlere Anstieg des Flusses markiert wird, was möglich ist, weil das Wasser im Brunnen und im Fluß gleichzeitig steigt und fällt. An der Mauer des Schachtes sind Linien verzeichnet, die den Gesamtanstieg des Flusses sowie die einzelnen Etappen erkennen lassen. Die Beobachter dieser Marken teilen das Ergebnis der Öffentlichkeit mit. Aus dem jeweiligen Wasserstand und der seit dem Beginn des Anstiegs verflossenen Zeit weiß man lange im voraus den zu erwartenden künftigen Verlauf und gibt ihn bekannt. Diese Informationen dienen den Landwirten als Hinweis für die Verteilung des Wassers, des weiteren zur Überwachung der Uferbauten, Kanäle und dergleichen sowie den Statthaltern zur Festlegung der Besteuerung; ihre Einkünfte steigen im allgemeinen mit dem Eintreten höherer Wasserstände."

Diese Schilderung läßt erkennen, daß man bereits das Prinzip des mit dem Fluß nach der Art der kommunizierenden Gefäße verbundenen Pegelschachtes kannte, also von dem Einfluß des Wellenschlages beim Markieren der Wasserstände unabhängig war. Neben der ständigen Kontrolle des Flusses bestand schon eine Art von Wasserstandsvorhersage, die für die herbstlichen Überschwemmungen des Nils von großer Bedeutung war und auch als Grundlage für die Festsetzung des Zeitpunkts des Nilfestes diente, das noch heute als Volksfest begangen wird.

Allerdings handelt es sich hier bereits um eine neuere Form von Nilometern. Wie Ausgrabungen gezeigt haben [1], bestanden die ursprünglichen Anlagen aus Treppen, die am Ufer zum Fluß herabgeführt und in einem offenen oder abge-

deckten Schacht untergebracht waren. Über jeder zweiten bis vierten Stufe wies das Quaderwerk der Wände Wasserstandsskalen — manchmal bis zu einem Dutzend und mehr — auf, die sich in der Höhe teilweise überlappten. Auf diese Weise war bei jedem Wasserstand ein bequemes Ablesen möglich, wobei der meistens rechtwinklig zum Fluß angelegte Schacht namentlich bei Hochwasser einen relativ guten Schutz gegen den Wellenschlag bot.

Eine Vorstellung vom Aufbau eines „neueren" Nilometers gibt die weitgehend erhaltene Anlage von Rodah, die in Anlehnung an JORDAN [2, 3] in der Abb. 1 skizziert ist und jetzt beschrieben werden soll.

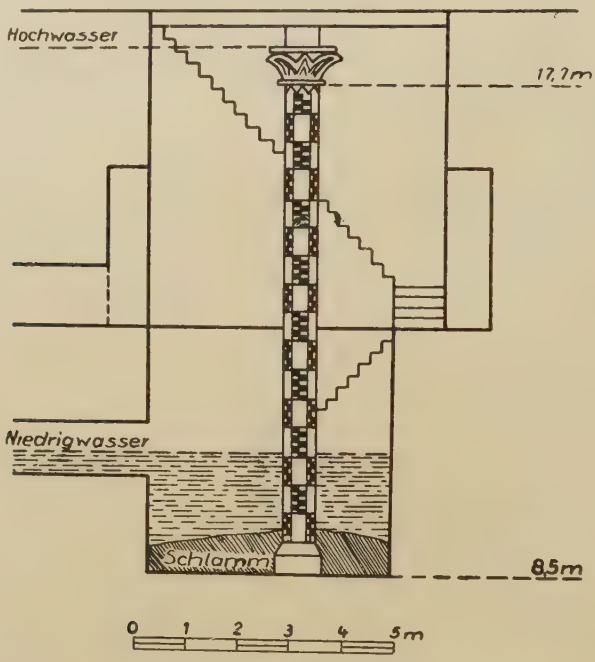

Abb. 1. Alt-arabischer Nilpegel auf der Insel Rodah bei Kairo (nach JORDAN und REISS)

„Der älteste, fast vollständig erhaltene Nilometer — auch Mikyas genannt — wurde auf der Nilinsel Rodah unweit Kairo im Jahre 716 von dem Kalifen SULEMAN erbaut, von dem Kalifen MAMUN durch Inschriften ergänzt und 814 ganz überholt. Die Anlage besteht aus einem über 10 m tiefen Schacht, dessen oberer und unterer Teil jeweils die Form eines Kubus von fast 6 bzw. 5 m Kantenlänge hat und bequem Platz für die Anlage einer Treppe bietet. Als „Pegellatte" dient ein freistehender Pfeiler vom Querschnitt eines regulären Achtecks mit 50 cm äußerem Durchmesser, der unten auf einem Sockel ruht und oben in einem schlichten Kapitell endet. Der Pfeiler besteht aus massivem Kalkstein, ist aber durch die Einwirkung des Wassers fast schwarz geworden. Die Gliederung der Höhe ist in arabischen Ellen von je 0,54 cm vorgenommen worden, die sich in

jeweils $6 \times 4 = 24$ Zoll unterteilen. Dabei wurde bereits so verfahren, daß die Einteilung wechselweise in schachbrettähnlicher Form angeordnet wurde, wobei die freien Hauptfelder am oberen Rande eine heute nicht mehr lesbare Inschrift trugen. Die Verbindung mit dem Fluß besorgen zwei Zuführungskanäle, von denen der obere nur bei höherem Wasserstand gefüllt ist, wahrscheinlich, um trotz eintretender Verschlammung des unteren Kanals die maximalen Wasserstände erfassen zu können. Im Vergleich zu den nüchternen Anlagen der Gegenwart stellt der Mikyas von Kairo ein regelrechtes Kunstwerk dar, was wohl nicht zuletzt auf die außergewöhnliche Bedeutung des Nilwasserstands für Ägypten zurückgeht."

In den eben geschilderten Pegelanlagen Ägyptens ist bereits die uns bekannte Pegellatte in einer überraschend vollkommenen Form enthalten, während sie in Deutschland in einfachster Art erst um die Mitte des 18. Jahrhunderts auftauchte, wo der 1766 errichtete Rheinpegel in Düsseldorf zu den ältesten Anlagen zählen dürfte. Zu Beginn des 19. Jahrhunderts gab es schon eine größere Anzahl von Lattenpegeln, so daß man 1810 eine Pegelinstruktion veröffentlichte. Die Ablesungen der Pegel waren zunächst unregelmäßig und primär auf die höchsten Wasserstände gerichtet. Regelmäßige Beobachtungen erfolgten ab 1843 am Lattenpegel Cuxhaven. 1852 wurde in Schweden das erste Netz von 13 Lattenpegeln angelegt, um die Hebung des Landes untersuchen zu können. Mit den steigenden Anforderungen an die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Wasserstandsbeobachtungen erschien 1874 eine eingehendere Pegelinstruktion, die aber nur für Preußen galt. Eine Vereinheitlichung aller deutschen Pegelanweisungen kam erst 1936 zustande, so daß für die Beurteilung und den Vergleich aller älteren Wasserstandsbeobachtungen Umsicht geboten ist.

Das zweite Kernstück der ägyptischen Pege'anlagen, nämlich den Pegelschacht, finden wir erst mit der Schaffung von Registrierpegeln wieder. Der Anstoß zur Konstruktion dieser Geräte kam aus der Gezeitentheorie, wo man selbst mit häufigen Ablesungen — namentlich bei größerem Tidenhub — die Extrema des Wasserstands nicht genügend genau fixieren kann. Außerdem war schon 1807 von dem Engländer Young empfohlen worden, nicht nur die Maxima und Minima, sondern die gesamte Gezeitenkurve zu analysieren. Mit der wachsenden Bedeutung der Gezeitenvorhersagen für die sich schnell entwickelnde Schiffahrt war der Wunsch nach automatischer Registrierung aufgetaucht, den der englische Ingenieur Palmer 1828 mit der Aufstellung des ersten Registrierpegels in Sheerness an der Themse realisieren konnte.

Die Grundlage dieser unter den verschiedensten Bezeichnungen wie Flutmesser, Fluviometer, Limnograph, Mareograph usw. bekannten Geräte bildet der mit dem Gewässer durch eine Röhre verbundene Schacht, der jahrhundertelang in Vergessenheit geraten war. In der gebräuchlichsten Ausführung ruht auf dem Wasserspiegel des Schachtes ein Schwimmer, von dem ein Band oder biegsamer, möglichst undehnbarer Draht über Rollen mit Gegengewicht vertikal nach oben führt, wie die Prinzipskizze der Abb. 2 zeigt. Die Vertikalbewegung des Schwimmers — entsprechend dem wechselnden Wasserstand — kann man nun beispiels-

weise durch eine mit der Umlenkrolle gekoppelte Zahnstange in verkleinertem Maßstab — meistens 1:10, 1:5 oder 1:20 — auf eine Schreibvorrichtung übertragen. Diese zeichnet die Wasserstandskurve auf einen präparierten Bogen, der eine durch ein Uhrwerk angetriebene Trommel umspannt. In der Regel macht die Trommel im Tidegebiet eine Umdrehung je Tag, in den übrigen Gewässern dagegen nur eine Umdrehung in der Woche. Die älteste deutsche Anlage dieser Art entstand 1870 in Swinemünde.

Da die üblichen Registrierpegel unmittelbar an das Ufer gebunden sind, also dem Einfluß des Strandes oder des Hafenbeckens unterliegen und vor Flußmündungen noch den wechselnden Einfluß der Süßwasserzufuhr wiederspiegeln, ist

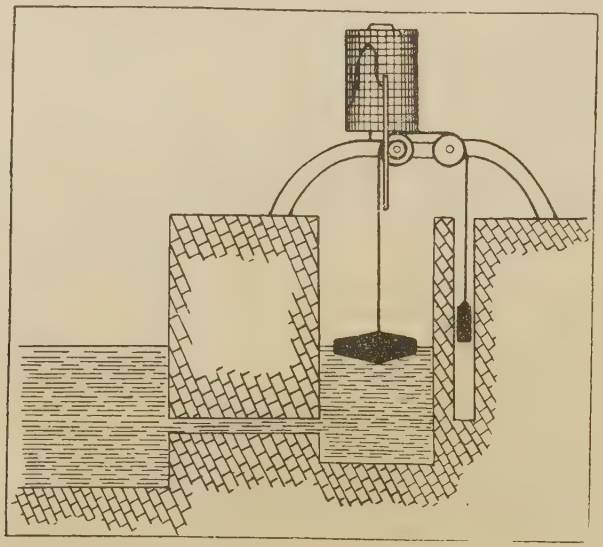

Abb. 2. Schema eines Registrierpegels

man in den dreißiger Jahren an der gezeitenarmen Ostseeküste zum Bau von sog. Seepegeln übergegangen, die je nach den Tiefenverhältnissen bis zu etwa 300 m von der Küste entfernt aufgestellt wurden. Sie sind in einem schachtartigen Schutzbau von 2 bis 3 m Durchmesser aus betonverkleideten, eisernen Spundwänden untergebracht, dessen Aufsatz mit der Einsteigeluke turmartig einige Meter aus dem Wasser ragt, wie die Abb. 3 zeigt. Die Übertragung der Wasserstandswerte geschieht auf elektrischem Wege zu der benachbarten Station auf dem Festland [4].

Zur Kontrolle dient zunächst ein außen angebrachter Lattenpegel. Da dieser jedoch infolge des Seegangs oft schwer oder gar nicht abzulesen ist, hat man daneben einen Schwimmerdraht als markiertes Meßband ausgebildet, das durch ein Glasfenster in einem Hilfsschacht mit dem Fernrohr abgelesen und von Zeit zu Zeit mit dem starren Lattenpegel verglichen wird. Der innere Schacht steht wiederum durch eine Röhre mit dem Außenwasser in Verbindung und ist dadurch weitgehend gegen den Einfluß des Wellenschlages geschützt. Trotz der massiven Aus-

führung dieser ziemlich kostspieligen Seepegel und ihrer tiefen Gründung bis zu 5 m im Meeresgrund sind sie von der Gewalt des Eisgangs nicht verschont geblieben und teilweise — soweit sie die Folgen des Krieges überdauert haben — aus der vertikalen Lage gedrückt, so daß ihre Brauchbarkeit gelitten hat oder ganz in Frage gestellt ist. Für die Nordseeküste sind die Seepegel jedoch nicht brauchbar, da sie im Wattenmeer leerlaufen und am Rande der Fahrwasser infolge der ständigen Veränderungen des Bodenreliefs schwer dauerhaft gegründet werden können.

Eine bemerkenswerte Sonderentwicklung stellt der Differential-Pegel dar, der 1951 von Balay in Argentinien entwickelt wurde [5]. Er dient der Registrierung

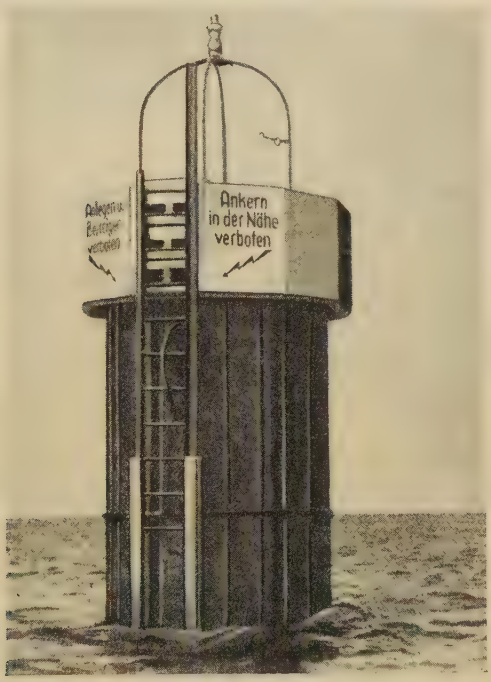

Abb. 3. Der Seepegel Bülk bei Kiel

der Seiches und besteht aus zwei miteinander gekoppelten Pegelanlagen, wie die Abb. 4 zeigt. Die Anlage A ist darin ein Standard-Gerät mit horizontaler Achse der Registriertrommeln. Sie ist durch die Dimensionierung der hier vertikalen Verbindungsröhre soweit gedämpft, daß kurzfristige Störungen in Form von Seegangswellen eliminiert werden, die Seiches dagegen in der Registrierkurve erhalten bleiben. Die Anlage B ist durch eine besonders enge Röhre so stark gedämpft, daß auch noch die Seiches mit Perioden von mehreren Minuten unterdrückt werden. Die Bestimmung des Dämpfungsverhältnisses bildet den Gegenstand der späteren Untersuchungen dieser Arbeit. Im Augenblick interessiert hier das Zusammenwirken beider Teile des Differential-Pegels, das folgendermaßen vor sich geht:

Die Wasserstandsschwankungen des Pegels A werden auf die zugehörige horizontale Achse α mit der fest aufgesetzten Schnecke übertragen, die den Schreibstift a in Bewegung setzt. Die von diesem Stift gezeichnete Kurve enthält alle Wasserstandsschwankungen mit Ausnahme der Seegangswellen. Von dem Haltebügel des Schreibstifts a führt eine gespreizte Gabel zu dem Registriermechanismus des Pegels B. Dieser besteht aus einer Hohlschnecke, die entlang der horizontalen Achse β gleiten kann, aber in eine Längsnut der Achse greift und dadurch deren

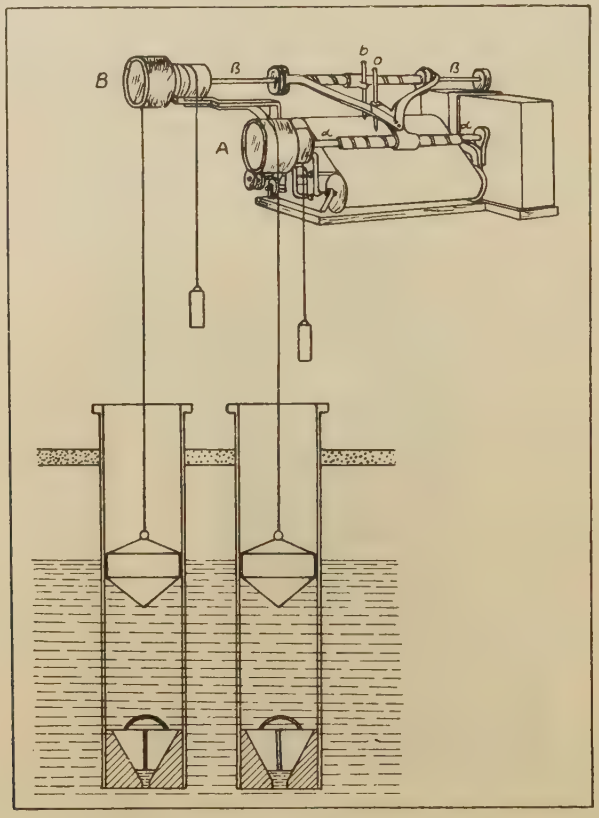

Abb. 4. Differential-Pegel nach Balay

Rotation mitmacht, wodurch sie den Wasserstandsänderungen des Pegels B folgt, in denen die Seiches fehlen. Die horizontale Lage der Hohlschnecke wird durch eine Rillenführung über den rechten Arm der Gabel in der Abb. 4 von der Primärschnecke bzw. der Achse α gesteuert. Als Ergebnis beider Bewegungen verzeichnet der Schreibstift b bei entgegengesetzter Windung der Schwimmerdrähte auf den Rollen die Differenz der Vertikalbewegungen aus dem weniger und dem stark gedämpften Pegelschacht. Das Ergebnis sind die Seiches, die aus einer einfachen Registrierung nur ungenau zu ermitteln sind, aber in dem Differential-Pegel neben der üblichen Wasserstandskurve verzeichnet werden.

2. Die bisherigen Kenntnisse über die Dämpfung

Es ist von besonderem Reiz, die älteren Beschreibungen von Registrierpegeln zu durchblättern und nach Angaben bezüglich der Dämpfung zu suchen. Von der Vielzahl dieser Darstellungen seien hier zunächst zwei herausgegriffen, deren Autoren beide große Verdienste um die Vervollkommnung der Gezeiten- und der Wellentheorie haben. So schrieb der Engländer Airy 1849 [6] folgendermaßen:

„The principle of the self-registering tide-gauge is in all cases the following. By means of a pendulum-clock urged by a sufficient weight, a sheet of paper either spread upon a flat surface, or rolled as required upon a large cylinder, or fixed in a tubular form upon a solid cylinder, is made to travel uniformly. The first of these methods is used for Oslers's anemometer, in which the self-registering principle is similar to that of a tide gauge; the second in Palmer's tide-gauge, (Phil. Trans. 1831); the third in Bunt's tide-gauge (1838). A pencil, carried by mechanism connected with the float, is made to move through a space proportional to the vertical motion of the float, and in a direction perpendicular to the direction of the paper's motion (where the paper is on a cylinder, the motion of the pencil is parallel to the cylinder's axis). A curve is thus traced, whose abscissa represents time, and whose ordinate represents rise of the surface of the water. Occasional examination is always necessary to verify the correctness of action of the machinery . . .

The float is of pine, well saturated with oil; the aperture by which the water enters is about 1/200 th of the sectional area of the trunk. It must be remarked that the floats of the tide-gauges at Bristol and Swansea do not descend sufficiently low to record the phaenomena of low water; that at Sheerness fully records the circumstances of low water. The reader will at once see that the information furnished by this instrument is infinitely more valuable than could have been obtained by any system of personal observation."

Neben einigen interessanten Ausführungen über Einzelteile wie ölgetränkte hölzerne Schwimmer und das Leerlaufen einiger Registrierpegel bei Niedrigwasser sowie der Würdigung der neuen Geräte entnimmt man eine konkrete Angabe über das Verhältnis der Flächen von Durchflußrohr und Pegelschacht, nämlich 1 : 200. Die Erwähnung dieses sog. Dämpfungsverhältnisses läßt erkennen, daß man diesem Quotienten bereits vor über hundert Jahren Beachtung geschenkt hat. Um so überraschender mag es uns deshalb erscheinen, daß die Versuche zu seiner rechnerischen Begründung bis in die jüngste Zeit auf sich warten ließen.

Um die Jahrhundertwende begegnen uns genauere Vorstellungen, die der Amerikaner Harris 1898 [7] wie folgt formulierte:

„A box gauge consists of a long vertical box inclosing a float which rises and falls with the tide. By this arrangement observations may be made when the sea is comparatively rough. The bottom of this box may be pointed or funnel-shaped or, for ease of construction, simply slanted, with a small opening at the lowest part, in order to prevent the accumulation of mud or sand. Besides this,

other openings should be made near the lower end of the box. These should be provided with slides for closing such a number of them as will give steady motion to the float without causing the level of the confined column of water to differ sensibly from the mean sea level of the watersurface on the outside. The area of the holes left open should usually be between 1/200 and 1/100 of the cross-section of the float box, and the lower end of the box should be several feet below the lowest low water. Of course the farther the box extends below the surface of the water the larger may be the openings, as the amplitudes of wind waves decrease rapidly in going downward."

Hier wird zunächst auf das Problem der Verstopfung der Durchflußöffnung hingewiesen, die im tiefsten Teil des Schachtes liegen und nach Bedarf durch verschließbare Öffnungen ergänzt oder ersetzt werden soll. HARRIS stellt dabei die Forderung auf, so viele der Öffnungen durch einen Schieber zu schließen, daß der Innenwasserspiegel nicht merklich von dem „mittleren Wasserspiegel" der freien Oberfläche differiert, wobei er keine Angaben macht, wie ein solcher Wasserstandsunterschied verifiziert werden soll. Für das Dämpfungsverhältnis gibt er Werte von 1:200 bis 1:100 an und empfiehlt ferner, das untere Ende des Schachtes mehrere Fuß unter das niedrigste Niedrigwasser herabzuführen. Eine entscheidende Erkenntnis spricht er im letzten Satz aus, als er auf die schnelle Abnahme der Amplituden der Windwellen mit der Tiefe hinweist, derzufolge das Dämpfungsverhältnis eine Funktion der Wassertiefe wird.

Wenden wir uns jetzt den Ergebnissen der neueren Zeit zu. Während sich AIRY und HARRIS nur am Rande mit der Anlage von Registrierpegeln beschäftigten, hat sich MODEL 1941 [4] in einer sehr ausführlichen Arbeit mit dem Bau von Pegeln im Ostseegebiet — einschließlich der schon beschriebenen Seepegel — befaßt. Obwohl wir bei ihm mehrere Angaben über Dämpfungsverhältnisse erfahren — darunter auch das Beispiel einer kräftigeren Dämpfung, wie sie heute meistens benutzt wird —, gibt er keine rechnerische Begründung. Stattdessen beschränkt er sich auf den Vorschlag der Interpolation von Dämpfungsverhältnissen aus Schachtdurchmessern, die unzulässig ist. Im einzelnen sagt er dazu:

„Das Dämpfungsverhältnis von 1:200 bis 1:300 hat sich bei Brunnen von rd. 200 cm innerem Durchmesser bewährt, wenn die Flutöffnungen hinreichend tief und außerhalb der Brandungszone angebracht sind, was bei Seepegeln immer der Fall ist. Bei den wesentlich kleineren Rohrpegeln, die nur auf ein Eisenrohr von 318 mm Durchmesser gestellt werden, muß das Dämpfungsverhältnis mindestens 1:1000 betragen. Auch die Bandmaßpegel müßten auf 1:500 bis 1:1000 abgedämpft werden; allein, bei diesen Geräten ist das Spielen des Bandmaßes nicht nur nicht schädlich, sondern sogar erwünscht. Das Dämpfungsverhältnis ist also abhängig vom Rohrdurchmesser, hinreichende Tiefe vorausgesetzt, und aus den angegebenen Zahlen (1:200 bis 1:1000 bei einem Durchmesser von 200 cm bis 30 cm) kann, falls einmal eine andere Dimension für den Brunnen gewählt werden sollte, die geeignete Flutöffnungsgröße interpoliert werden."

Einen konkreten Beitrag zu der von HARRIS qualitativ konstantierten Abnahme der Amplituden der Windwellen mit der Tiefe findet man bei RICHARDSON 1950

[8], der sich mit der Dynamik realer Flüssigkeiten befaßt. Er schreibt dazu im einzelnen:

„The recorded pressure difference under a system of surface waves of given amplitude is not, even after a correction has been made for the reduction of pressure that the leak may involve, equal to the amplitude in feet of water. This would only be true for very long waves like the tides, ignoring for the moment the effect of the „leak". Ordinary water waves and „swell" produce a smaller effect than their amplitude would indicate, because of the „interference" produced by neighbouring crests and troughs; in fact at dephts of a few fathoms this effect of phase interference, which increases as the wave-length of the surface waves decreases, completely wipes out the pressure amplitudes due to the little waves, but gives record of the longer motions which characterise swell. The significant quantity is H/L."

Darin kommt zum Ausdruck, daß die Interferenz der Wellenkämme und Täler in wenigen fathoms Tiefe (1 fathom = 6 feet = 1,829 m) den Effekt kleinerer Wellen gänzlich auslöscht, dagegen die Dünung gedämpft erscheinen läßt und die langen Wellen wie Gezeiten nicht mehr beeinflußt. Als wesentliche Größe bezeichnet Richardson das Verhältnis der Wassertiefe H zur Wellenlänge L. Er gibt die bereits von Lamb [9] mitgeteilte Ableitung der Formel für das Verhältnis der Druckdifferenzen zwischen Wellenberg und Tal in der Tiefe und an der Oberfläche

$$\frac{\Delta p_z}{\Delta p_0} = \frac{\cosh 2\pi \frac{H-Z}{L}}{\cosh 2\pi \frac{H}{L}},$$

worin Z eine beliebige Wassertiefe zwischen Oberfläche und Boden ist. Zum Zwecke der graphischen Darstellung empfiehlt es sich, das Verhältnis H/L als Scharparameter und Z/L als Abszisse zu wählen und die Ordinate dem Quotienten $\Delta p_z/\Delta p_0$ in Prozenten zuzuordnen. Die so berechnete Darstellung zeigt die Abb. 5.

Hat man z. B. bei einem Pegel eine Wassertiefe von $H = 6{,}0$ m und liegt seine Verbindungsröhre — auch Tubus genannt — um $Z = 4{,}5$ m unter der momentanen mittleren Wassertiefe, so wird für eine Welle von $L = 30$ m Länge der Parameter $H/L = 0{,}20$ und der Quotient der Abszisse $Z/L = 0{,}15$; mithin reduziert sich der Einfluß nach Abb. 5 auf 55%. In der Tiefe des Tubus wird in diesem Fall nur reichlich die halbe Amplitude der Oberflächenwelle wirksam. Für die am häufigsten vorkommenden kürzeren Wellen wird dieser Effekt noch viel stärker, so daß sie kaum oder gar nicht mehr in Erscheinung treten.

Aus dieser Eigenschaft der Wellen ist die für alle rechnerischen Untersuchungen wichtige Folgerung zu ziehen, stets von der reduzierten Wellenamplitude auszugehen und nicht die außen am Pegel beobachtete Amplitude zugrunde zu legen. Nur für Wellen von längerer Periode wie ausgereifte Dünungen, Seiches und natürlich die Gezeiten braucht man keinen Unterschied zu treffen, da hier die Interferenz nicht mehr wirksam ist.

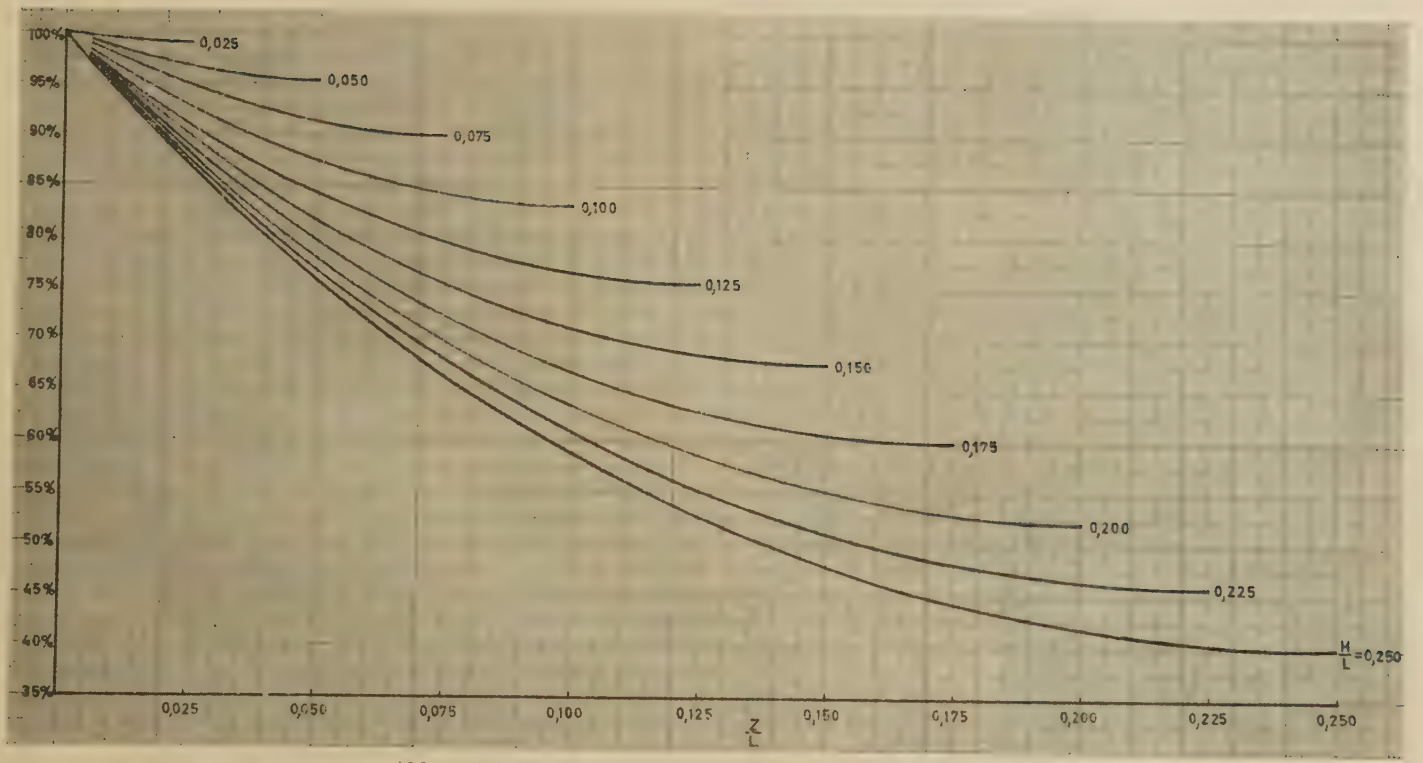

Abb. 5. Die Abnahme der Wellendruckdifferenz mit der Tiefe

Nach diesen Ausführungen über die Abhängigkeit der Wellenamplituden von der Tiefe und der Wellenlänge, die einen „äußeren Effekt" darstellt, wenden wir uns jetzt dem eigentlichen Problem der Dämpfung im Pegelschacht, dem „inneren Effekt" zu. Hier haben rechnerische Ansätze bis in die allerjüngste Zeit auf sich warten lassen. Für die beiden Gruppen von Fluß- und Küstenpegeln liegt je eine Arbeit vor, von denen diejenige über die Binnenpegel zuerst betrachtet werden soll, die 1955 von sowjetischer Seite durch Wolfzun [10] angegeben wurde.

Wolfzun weist in seiner Arbeit einleitend auf die erstrangige Bedeutung einer richtigen Berechnung des Tubus hin und stellt fest, daß mit den amtlichen „Anweisungen für hydrometeorologische Stationen und Punkte" von 1953, die einfach einen bestimmten Bereich für den Tubusdurchmesser ohne Rücksicht auf die hydrologischen und baulichen Besonderheiten empfehlen, nicht genügend gedient ist. Er stellt einer groben Abschätzung die folgende Überlegung entgegen:

Aus Gründen der Kontinuität muß die in der Zeiteinheit durch den Tubus tretende Wassermenge im Pegelschacht wieder auftreten, also

$$f \cdot v = F \cdot w \tag{1}$$

sein, wenn f und F die Querschnitte von Tubus und Schacht und v und w die zugehörigen Strömungsgeschwindigkeiten bedeuten. Nach dem Theorem von Torricelli wird

$$v = \mu \sqrt{2\, g(\zeta - z)}\,, \tag{2}$$

wobei ζ und z der äußere bzw. innere Wasserstand über einer gemeinsamen Basis und μ der Durchflußkoeffizient sind. Aus beiden Gleichungen ergibt sich für den Tubus-Querschnitt

$$f = \frac{F \cdot w}{\mu \sqrt{2\, g(\zeta - z)}}\,. \tag{3}$$

Zur praktischen Arbeit mit dieser Formel bedarf es zunächst der Kenntnis des Durchflußkoeffizienten μ, der nach Angaben von Wolfzun etwa zwischen 0,5 und 0,8 liegt. Als extreme Beispiele gibt er für eine Tubuslänge von 3 m und 5 cm Durchmesser $\mu = 0{,}47$ und für 1 m Länge und 20 cm Durchmesser $\mu = 0{,}76$ an und weist auf die bedeutenden Abweichungen bei größeren Rohrlängen hin. Die relativ langen Verbindungsrohre resultieren aus der Lage an größeren Flüssen, wozu meistens Schachtquerschnitte von einigen Quadratmetern gehören.

Eine relativ strenge Forderung wird bezüglich der Wasserstandsdifferenz erhoben. Da zwischen Tubus und Fluß noch ein Beruhigungsbecken eingeschaltet ist, das den Welleneinfluß weitgehend herabsetzt, wird die Forderung nach nur 1 Millimeter Spiegeldifferenz zwischen Becken und Pegelschacht gestellt, weil dies der Ablesegenauigkeit am Becken entsprechen soll.

Für die Steiggeschwindigkeit im Schacht, die damit derjenigen im Fluß praktisch gleich wird, müssen die beobachteten Maximalwerte eingesetzt werden. Da dies in den meisten Beobachtungsstationen bei der Dimensionierung nicht beachtet wurde, hält Wolfzun die nachträgliche Berechnung aller vorhandenen Registrierpegelanlagen und das eventuelle Auswechseln der Verbindungsrohre für erforderlich.

Um eine Vorstellung der auftretenden Werte zu bekommen, sei hier das in seiner Arbeit gewählte Beispiel der Berechnung einer Pegelanlage beim Hydrographischen Forschungslabor in Waldai wiedergegeben. Als aufgetretene maximale Steiggeschwindigkeit bei einem durch Regen verursachten Hochwasser von 229 mm in 10 Minuten folgt $w = 0{,}00038$ m/sec, und mit $\mu = 0{,}50$, $F = 4{,}35$ m² und $\zeta - z = \pm 0{,}001$ m erhält man für den Tubusquerschnitt $f = 0{,}0235$ m² und für den Durchmesser 17,3 cm. Das Dämpfungsverhältnis $\lambda = f/F$ beträgt in diesem Fall rund $\lambda \approx 1:185$.

Für die Küstenpegel hat sich der Argentinier Balay 1951 [5] gelegentlich der Entwicklung des Differential-Pegels wegen der dort im Sekundärpegel erforderlichen hohen Dämpfung Gedanken gemacht. Im Gegensatz zu den betrachteten Flußpegeln spielen an der Küste Wellen und Seiches eine Rolle und gestalten das Problem komplizierter. Balay gelangt auf dieselbe Ausgangsformel (3), die man auch in der Form

$$\lambda = \frac{w}{\mu \sqrt{2\, g(\zeta - z)}} \tag{3a}$$

schreiben kann. Ausgangspunkt seiner Betrachtungen sind die Seiches von Mar del Plata, für die er Durchschnittswerte der Amplitude von $c = h/2 = 15$ cm

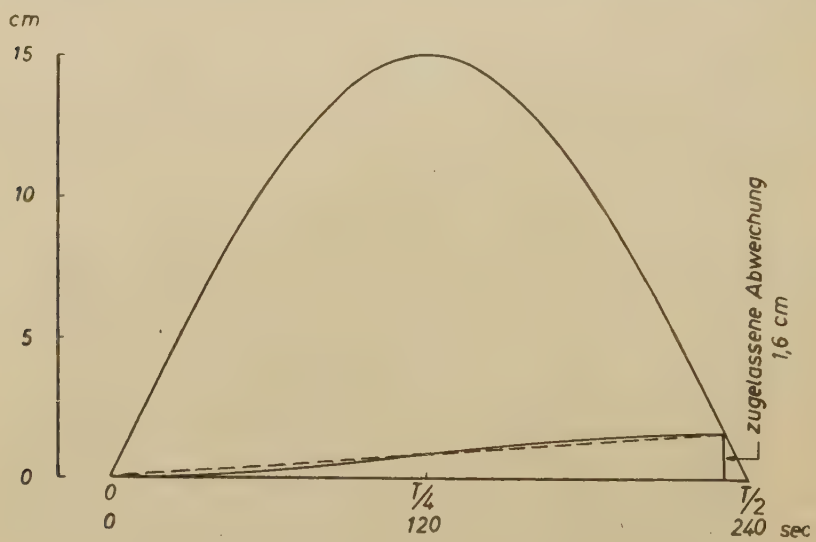

Abb. 6. Die Halbperiode der Seiches von Mar del Plata

und der Periode von $T = 8$ min $= 480$ sec angibt. Als Durchflußkoeffizient wird mit $\mu = 0{,}60$ gerechnet. Des weiteren soll auf dem Registrierbogen eine Abweichung von 1 mm vom mittleren Wasserstand während einer Seiche-Periode gestattet sein, was bei einem verwendeten Höhenmaßstab von 1:16 einer Differenz von $z_{max} = 1{,}6$ cm im Pegelschacht entspricht. Eine zeichnerische Darstellung des Ablaufs des Außen- und Innenwasserspiegels über eine Halbperiode gibt

die Abb. 6. Leider ist diese Zeichnung bei BALAY nicht vorhanden, woraus sich wohl seine etwas willkürlichen Deduktionen erklären.

Bei folgerichtiger Entwicklung würde die Formel (3a) eine annehmbare Näherung geben können, wenn man den Zeitpunkt der Viertelperiode wählt und dafür $\zeta - z \sim c$ annimmt, was einigermaßen zutrifft, zumal der äußere Effekt der Amplitudenabnahme mit der Tiefe nicht vorhanden ist. Geht man ferner von der Vereinfachung einer konstanten Steiggeschwindigkeit im Schacht aus — sie trifft in der Natur nicht zu, worüber sich BALAY auch im klaren ist —, so wird

$$w \sim \frac{z_{\max}}{T/2},$$

und unsere Formel nimmt die Gestalt

$$\lambda \sim \frac{2\, z_{\max}}{\mu T \sqrt{2\, g\, c}} \tag{4}$$

an. Stattdessen ordnet BALAY die zulässige Abweichung $z_{\max}$ theoretisch der Viertelperiode zu, obwohl der Spiegel im Schacht trotz des einsetzenden Absinkens des äußeren Wasserstands weiter ansteigt. Mit dieser Zuordnung selber nicht zufrieden, setzt er schließlich die Abweichung von 1,6 cm bei $t = 3$ min $= 180$ sec statt exakt 231,85 sec an, was einem Wert von $T = 3/8$ entspricht. Mit dieser Rechnung, die in Formel (4) statt des Faktors 2 den Faktor 8/3 benutzt, bestimmt er aus den genannten Daten als Dämpfung des Sekundärpegels den Betrag von $\lambda \sim 1:11700$.

Für einen Schachtdurchmesser von 40 cm resultiert daraus eine Tubusweite von nur 3,7 mm, bei der die Gefahr der Verstopfung nicht zu unterschätzen ist, der aber durch einen herausnehmbaren Pegelschacht-Abschluß wirksam begegnet wurde. Die auf dieser nicht einwandfreien Rechnung basierte Ausführung der Anlage hat den gestellten Anforderungen voll entsprochen. Es wird später gezeigt werden, daß dieser Wert rein zufällig dem Ergebnis der genaueren Untersuchung bei Berücksichtigung des variablen Anstiegs im Schacht gleicht, für die statt $8/3 = 2{,}\bar{6}$ der Faktor 2,62 gefunden wird.

3. Der Einfluß einfacher und kurzperiodischer Störungen

Die Widersprüche in den Gedankengängen BALAY's haben dem Verfasser 1954 Anregung zu eingehenderen Untersuchungen des Problems der Dämpfung im Pegelschacht gegeben, wobei sich die Frage nach der Abhängigkeit des Verlaufs des inneren von dem äußeren Wasserspiegel in den Vordergrund drängte, weil ihre Klärung Voraussetzung zu einer genauen Beurteilung der Bewegungsvorgänge ist. Das Ergebnis waren zwei Beiträge, in denen die Grundlagen des Dämpfungsproblems und seine Anwendungen auf die Praxis behandelt wurden [11, 12]. Mit der vorliegenden Arbeit werden die Grundgedanken dieser Aufsätze wieder aufgenommen und der Umfang der Betrachtungen in Richtung auf längerperiodische Störungen wesentlich erweitert.

Da sich im folgenden eine Reihe von Bezeichnungen erforderlich machen, seien sie den Ausführungen vorangestellt. Neben den bereits verwendeten Größen

L = Wellenlänge [m]
T = Wellenperiode [sec]
c = h/2 Wellenamplitude [cm]
H = Wassertiefe am Pegelort [m]
Z = Tiefe des Tubus unter der Wasseroberfläche [m]
f = Querschnitt des Tubus [cm² oder m²]
F = Querschnitt des Pegelschachtes [cm² oder m²]
λ = f/F Dämpfungsverhältnis [ohne]
μ = Durchflußkoeffizient des Wassers im Tubus [ohne]
g = 981,3 Erdbeschleunigung [cm · sec^{-2}]
z = Wasserhöhe im Pegelschacht über ungestörtem Außenwasserstand [cm]
ζ = momentane Höhe der äußeren Wasserstandsstörung [cm]
t = Einheit der Zeit [sec]
v = Geschwindigkeit des Wassers im Tubus [cm · sec^{-1}]
w = dz/dt Geschwindigkeit des Wassers im Schacht [cm · sec^{-1}]
z_{max} = zulässiger Einfluß der äußeren Störung auf den Wasserstand im Pegelschacht [cm]

stehen noch

c^* = Tiefen-reduzierte Wellenamplitude [cm]
ζ^* = momentane Höhe der Tiefen-reduzierten äußeren Wasserstandsstörung [cm]
k = $\lambda\mu\sqrt{2g}$ Koeffizient der Dämpfung [cm$^{1/2}$ · sec^{-1}]
φ = Phasenwinkel der störenden Welle [°]
ω = Kreisfrequenz der störenden Welle [sec^{-1}]
τ = Dauer der Ausspiegelung bei konstantem Außenwasserspiegel [sec].

Ausgangspunkt unserer Betrachtungen sind wieder die Gleichungen (1) und (2), die zu der Gleichung (3) kombiniert waren, die man auch in der Form

$$w = \frac{f}{F}\mu\sqrt{2g(\zeta - z)} \tag{3b}$$

schreiben kann. Mit den Abkürzungen

$$\frac{f}{F} = \lambda\,, \quad k = \lambda\mu\sqrt{2g}\,, \quad w = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

vereinfacht sich die Schreibweise zu

$$\dot{z} = k\sqrt{\zeta - z}\,. \tag{5}$$

Den Charakter dieses Ausdrucks erkennt man aus der quadrierten Form

$$\dot{z}^2 = k^2\,[\zeta(t) - z]$$

als eine Differentialgleichung von erster Ordnung und zweitem Grade, deren Lösung mit wenig Ausnahmen nicht in geschlossener Form angebbar ist.

Ein einfacher Fall liegt bei der sog. Ausspiegelung vor, wenn sich der Innenwasserstand nach einer plötzlich aufhaltenden Störung dem veränderten Außenwasserspiegel anpaßt. Mit $\zeta(t) = c =$ konst. erhält man aus (5) nach Trennung der Variablen mit der Anfangsbedingung $z = 0$ für $t = 0$ sogleich

$$z = k\sqrt{c}\,t \; -\frac{1}{4}k^2 t^2 \tag{6}$$

bzw. anders ausgedrückt

$$z = c - \left(\frac{1}{2}k\,t - \sqrt{c}\right)^2 . \tag{6a}$$

Der Anstieg des Wasserstands im Pegelschacht erfolgt also parabolisch. Zum Zeitpunkt τ der völligen Ausspiegelung wird $z = c$ und damit

$$\tau = 2\frac{\sqrt{c}}{k} . \tag{7}$$

Die Ausgleichszeit nimmt zu mit stärkerer Dämpfung λ und kleineren Durchflußkoeffizienten μ. Als Betrag für μ wurde bei Versuchen mit vertikal angeordneten Glasröhrchen von 7,5 cm Länge je nach dem Durchmesser — zwischen 2,4 und 9,0 mm — 0,47 bis 0,61 gefunden, wobei sich der untere Grenzwert mit dem bei Wolfzun mitgeteilten deckt, während die hohen Werte bis 0,80 wegen der relativ engen Röhrchen nicht auftreten. Um bei den späteren Rechnungen Vergleiche mit den Ergebnissen von Balay anstellen zu können, wird überall ein Wert von $\mu = 0{,}60$ zugrunde gelegt, auf dem auch die folgende Tab. 1 für die Ausgleichszeiten bei verschiedenen Dämpfungsgraden basiert. Für einen anderen Wert von μ kann man die angegebenen Zeiten leicht durch Multiplikation mit $0{,}60/\mu$ umrechnen.

Tabelle 1

Ausgleichszeiten für einen einmaligen Angleich des Innen- an den Außenwasserspiegel für $\mu = 0{,}60$

λ	Wasserstandsunterschied c in cm					k für $\mu = 0{,}60$
	2	5	8	15	25	
1:250	27^s	42^s	53^s	1^m13^s	1^m34^s	0,106324
1:500	53^s	1^m24^s	1^m46^s	2^m26^s	3^m08^s	0,053162
1:750	1^m20^s	2^m06^s	2^m40^s	3^m39^s	4^m42^s	0,035441
1:1000	1^m46^s	2^m48^s	3^m33^s	4^m51^s	6^m16^s	0,026581
1:2000	3^m33^s	5^m36^s	7^m06^s	9^m43^s	12^m32^s	0,013290
1:3000	5^m19^s	8^m25^s	10^m38^s	14^m34^s	18^m49^s	0,008860
1:4000	7^m06^s	11^m13^s	14^m11^s	19^m26^s	25^m05^s	0,006645
1:5000	8^m52^s	14^m01^s	17^m44^s	24^m17^s	31^m21^s	0,005316
1:6000	10^m38^s	16^m49^s	21^m17^s	29^m08^s	37^m37^s	0,004430
1:8000	14^m11^s	22^m26^s	28^m23^s	38^m51^s	50^m10^s	0,003323
1:10000	17^m44^s	28^m02^s	35^m28^s	48^m34^s	62^m42^s	0,002658

Schwieriger gestaltet sich schon der Fall eines linearen Anstiegs des Außenwasserstandes, für den man nur noch das erste Integral angeben kann. Mit

$\zeta(t) = m \cdot t$ heißt unsere Differentialgleichung

$$\dot{z}^2 = k^2 (m\, t - z)$$

und nach Differentiation

$$2\, \dot{z}\, \ddot{z} = k^2 (m - \dot{z})$$

bzw.

$$2\, w\, \dot{w} = k^2 (m - w)\,.$$

Nach Trennung der Variablen und geeigneter Zerlegung folgt

$$k^2\, dt = 2 \left(\frac{m}{m - w} - 1 \right) dw$$

und integriert mit der Anfangsbedingung $w = 0$ für $t = 0$

$$t = -\frac{2\, m}{k^2} \left[\frac{w}{m} + \ln \left(1 - \frac{w}{m} \right) \right]. \tag{8}$$

Da $w = dz/dt$ aus dieser transzendenten Gleichung nicht explicite zu bestimmen ist, errechnet man die Geschwindigkeits-Zeit-Funktion, stellt sie zeichnerisch dar und gewinnt aus abschnittsweiser Planimetrierung die Werte von z mit im allgemeinen ausreichender Genauigkeit. Da ein Beispiel dieser Art vom Verfasser bereits früher mitgeteilt wurde [11], erübrigt sich hier eine Wiederholung. Lediglich zwei Feststellungen seien noch getroffen. Zu Beginn der Bewegung ist w noch klein und die Reihenentwicklung von (8) nach Gliedern von w/m liefert in erster Näherung

$$w = k \sqrt{m} \cdot \sqrt{t} \tag{9}$$

und integriert mit $z = 0$ für $t = 0$

$$z = \frac{2}{3}\, k \sqrt{m} \cdot t^{3/2}\,. \tag{10}$$

Die Anfangsbewegung entspricht dem Verlauf eines Astes der semikubischen Parabel. Daß diese für die weitere Bewegung nicht maßgebend sein kann, erhellt schon aus der Tatsache der unbegrenzten Zunahme ihrer Steigung, die mit dem Ablauf im Pegelschacht unvereinbar ist, da der innere Anstieg dann irgendwann den äußeren übertreffen müßte. Schließlich folgt aus Gleichung (8), daß für $t \to \infty$ die äußere Geschwindigkeit der inneren gleich wird, wie das theoretisch sein muß.

Auf das Resultat der Neilschen Parabel wäre man auch gekommen, wenn man in der Differentialgleichung (5) z als klein gegen ζ vernachlässigt hätte, was zu Beginn der Bewegung zutrifft und zwar um so besser, je stärker die Dämpfung λ ist. Dann fällt man von der Gleichung (5) auf das Integral

$$z = k \int_0^t \sqrt{\zeta(t)}\; dt \tag{11}$$

zurück. Diese Überlegung gewinnt eine praktische Bedeutung, wenn man die Wasserstandsänderungen im Pegelschacht absichtlich klein halten will und als Schranke der Abweichung vom ungestörten Niveau $z_{\max}$ festlegt. Dann stellt das

Integral (11) eine gute Näherung des Bewegungsablaufs bis zum Erreichen dieser Schranke dar. Aus der phasenkorrigierten Ableitung von BALAY für periodische Wellenbewegungen — er legte bekanntlich eine konstante Steiggeschwindigkeit w im Schacht zugrunde — war bereits

$$\lambda \sim \frac{2\, z_{\max}}{\mu T \sqrt{2\, g\, c}} \tag{4}$$

gefolgert worden, wofür man mit k einfacher schreiben kann

$$z_{\max} \sim \frac{1}{2}\, k\, T \sqrt{c}\ . \tag{4a}$$

Als vorläufige Schlußfolgerung, die sich nachher bestätigen wird, kann man bereits erkennen, daß alle diejenigen periodischen Störungen von der Amplitude c dieselbe Schranke $z_{\max}$ besitzen, für die das Produkt $k \cdot T$ — d. h. aus Koeffizient der Dämpfung und der Wellenperiode — den gleichen Wert hat.

Man kann immer dann das Integral (11) an die Stelle der Differentialgleichung (5) setzen, wenn das Produkt aus Dämpfung und Wellenperiode einen bestimmten Wert — er wird anschließend rechnerisch ermittelt — nicht überschreitet. Bei kurzen Wellen kann demnach die Dämpfung geringer gehalten werden, bei längerperiodischen Störungen muß sie sehr kräftig sein, wenn das Integral (11) noch eine ausreichende Näherung bieten soll. Sind diese Bedingungen nicht mehr erfüllt, so muß der Weg der umständlichen Näherungslösung der Differentialgleichung (5) beschritten werden, der den Inhalt des vierten und fünften Abschnitts bildet und zugleich der Kern dieser Arbeit ist.

Zunächst soll aber das Integral (11) unter der Annahme einer mathematisch ohne große Schwierigkeiten zu bewältigenden einfachen Sinusfunktion $\zeta(t) = c \sin \omega\, t$ behandelt werden. Unter Berücksichtigung der Tiefen-reduzierten Amplitude lautet das Näherungsintegral

$$z = k \sqrt{c^*} \int_0^t \sqrt{\sin \omega\, t}\, dt\,,$$

das man unter Übergang zu $\omega\, t$ als Integrationsvariable und mit der Substitution $\sin \omega\, t = \cos^2 \varphi$ zu

$$z = \frac{2\, k}{\omega} \sqrt{c^*} \int_{\varphi}^{\pi/2} \frac{1 - \sin^2 \varphi}{\sqrt{2 - \sin^2 \varphi}}\, d\varphi$$

umformt. Die Rückführung auf die Normalform elliptischer Integrale geschieht durch die Trennung in die Bestandteile

$$z = \frac{2\, k}{\omega} \sqrt{2\, c^*} \left[\int_{\varphi}^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi}\, d\varphi - \frac{1}{2} \int_{\varphi}^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi}} \right]$$

und die Aufspaltung des Integrationsbereichs von φ bis $\pi/2$ in das Intervall von 0 bis $\pi/2$ abzüglich desjenigen von 0 bis φ. Damit lautet die Lösung im ersten Quadranten

$$z = \frac{2\, k}{\omega} \sqrt{2\, c^*} \left\{ \left[E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - E\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right] - \frac{1}{2} \left[F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - F\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right] \right\} \tag{12}$$

Das Integral für den Supplementwinkel im zweiten Quadranten erhält man wegen des gleichen Vorzeichens des Sinus in den beiden ersten Quadranten aus dem Gesamtwert des Integrals im Bereich von 0 bis π, vermindert um den Wert des ursprünglichen Integrals. Mit den konstanten Anteilen folgt daher

I. Quadrant:

$$\left.\begin{aligned} z &= \frac{k\,T}{\pi}\sqrt{2\,c^*}\cdot f(\varphi) \\ \text{mit } f(\varphi) &= 0{,}423605 + \left[E\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{2}F\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right], \end{aligned}\right\}$$

II. Quadrant:

$$\left.\begin{aligned} z &= \frac{k\,T}{\pi}\sqrt{2\,c^*}\cdot g(\varphi) \\ \text{mit } g(\varphi) &= 0{,}423605 + \left[E\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{2}F\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Den Verlauf der Funktionen $f(\varphi)$ und $g(\varphi)$ gibt die Abb. 7 wieder. Die Gegenläufigkeit der Argumente von t bzw. $\omega\,t$ und φ liegt in der benutzten Substitution begründet und darf deshalb nicht überraschen. Auf die Wertetabelle kann unter

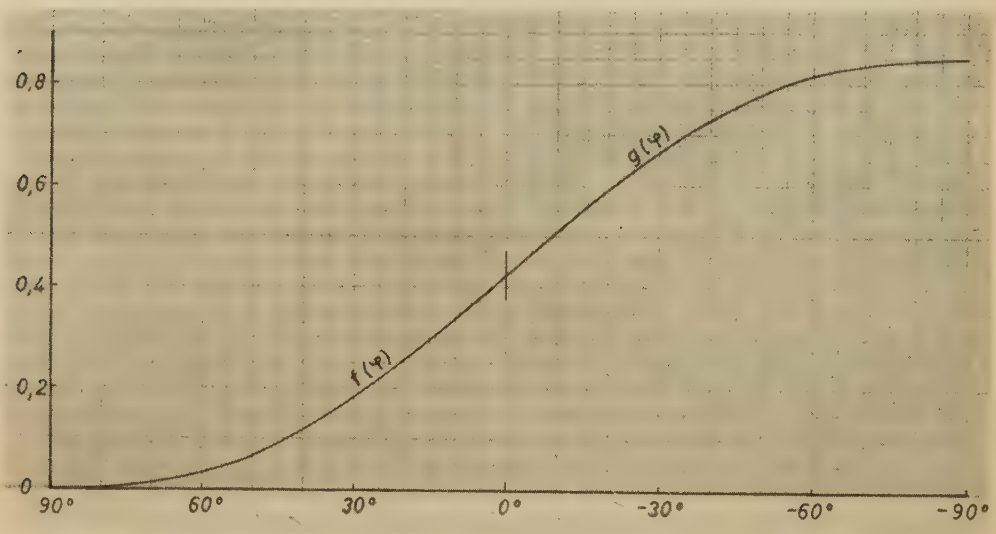

Abb. 7. Verlauf der Funktionen $f(\varphi)$ und $g(\varphi)$

Hinweis auf die frühere Arbeit des Verfassers [11] verzichtet werden, wo auch ein Zahlenbeispiel wiedergegeben ist.

Mit dem Resultat (13) ist es möglich, die Gedankengänge von Balay auch hinsichtlich des variablen Verlaufs des Wasserspiegels im Pegelschacht zu berichtigen. Für eine hinreichend kleine Schranke $z_{\max}$ folgt mit $t \to T/2$, also $\varphi \to -90°$,

$$z_{\max} = \frac{k\,T}{\pi}\sqrt{2\,c^*}\cdot g\,(-90°)$$

und wegen $g\,(-90°) = 0{,}847210$ in Zahlen

$$z_{max} = 0{,}381379\, k\, T \sqrt{c^*}\,. \tag{14}$$

Es bestätigt sich die schon ausgesprochene Erkenntnis, daß alle diejenigen periodischen Wasserstandsstörungen von der Amplitude c bzw. ihrem reduzierten Wert c^* dieselbe Schranke z_{max} haben, für die das Produkt $k \cdot T$ konstant ist. Mit der obigen Formel ist man in der Lage, den Wert dieser Schranke recht genau zu ermitteln. Hat man es insbesondere mit Seiches zu tun, so tritt an die Stelle von c^* unmittelbar c. Mit dem Ausdruck für k

$$k = \lambda\, \mu \sqrt{2\, g}$$

kann die bereits phasenkorrigierte Formel von Balay

$$\lambda \sim \frac{2\, z_{max}}{\mu\, T \sqrt{2\, g\, c}} \tag{4}$$

dem wechselnden Anstieg des Spiegels im Schacht angepaßt werden, woraus dann

$$\lambda = \frac{2{,}6221\, z_{max}}{\mu\, T \sqrt{2\, g\, c}} \tag{15}$$

folgt. Mit den Werten der Seiches von Mar del Plata — $T = 480$ sec und $c = 15$ cm — ergibt sich sodann für $z_{max} = 1{,}6$ cm und $\mu = 0{,}60$ als Dämpfungsverhältnis $\lambda = 1 : 11700$.

Streng genommen hätte man bei dem relativ großen Wert der Schranke z_{max} statt $g\,(-90°)$ den Wert der Funktion $g(\varphi)$ für die Abszisse des Schnittpunktes der Außen- und Innenspiegelkurve, nämlich $t = 240$ sec $- 8{,}15$ sec und $\varphi = -90° + 6° 07'$ nehmen müssen. Da $g(\varphi)$ in der Nähe von $-90°$ nahezu horizontal verläuft, bleibt die Abweichung geringfügig. Schließlich darf man nicht vergessen, daß unser Ergebnis (15) letztlich auch eine Näherung ist.

Die zu den Formeln (14) bzw. (15) führende Entwicklung gibt uns ein Mittel an die Hand, um Unschärfen der Registrierung infolge falscher Dimensionierung von Tubus und Schacht weitgehend zu vermeiden. Verlangt man bei wellenförmigen Störungen eine Schranke z_{max} von beispielsweise 2,5 mm im Schacht, so bleiben bei einem Maßstab von 1 : 10 auf dem Registrierbogen nur Oszillationen von $\frac{1}{4}$ mm übrig, die nicht mehr zu erkennen sind, so daß man das Bild einer glatten Kurve vor sich hat. Mit $z_{max} = 0{,}25$ cm folgt für $\mu = 0{,}60$

$$\lambda\, T = \frac{0{,}02466}{\sqrt{c^*}}\,. \tag{16}$$

Die Zuordnung der drei Größen λ, T und c^* ist in der Abb. 8 wiedergegeben, wo λ als Scharparameter gewählt wurde. Die Abszissen geben darin die für die jeweiligen reduzierten Wellenamplituden (Ordinaten) zulässige Periodenlänge, bei der die genannte Schranke noch eingehalten wird. Dabei ist zu bedenken, daß wir durch die Vernachlässigung von z in der Differentialgleichung (5) eine Näherung vor uns haben, bei der alle Wasserstände im Schacht zu groß berechnet werden, so daß unsere Schranke z_{max} bei exakter Berechnung kleiner ausfallen

würde, was wiederum bedeutet, daß die Werte für die zulässigen Periodenlängen nach Formel (16) untere Beträge sind, die bei abnehmender Amplitude c^* um einen zunehmenden kleinen Betrag überschritten werden dürfen.

Schließlich ist noch zu bedenken, daß die Schar der Kurven in Abb. 8 jeweils nur auf einer kleinen Bogenlänge reale Bedeutung hat, da zwischen Wellenhöhen und Wellenperioden wie auch den Wellenlängen bestimmte Beziehungen bestehen, die je nach der Art der Wellen verschieden ausfallen. Für verschiedene Meeresgebiete hat SCHUMACHER [13] diese Relationen empirisch bestimmt. Seine Ergebnisse sind in der Abb. 9 dargestellt, die in unmittelbarer Verbindung mit der Abb. 8

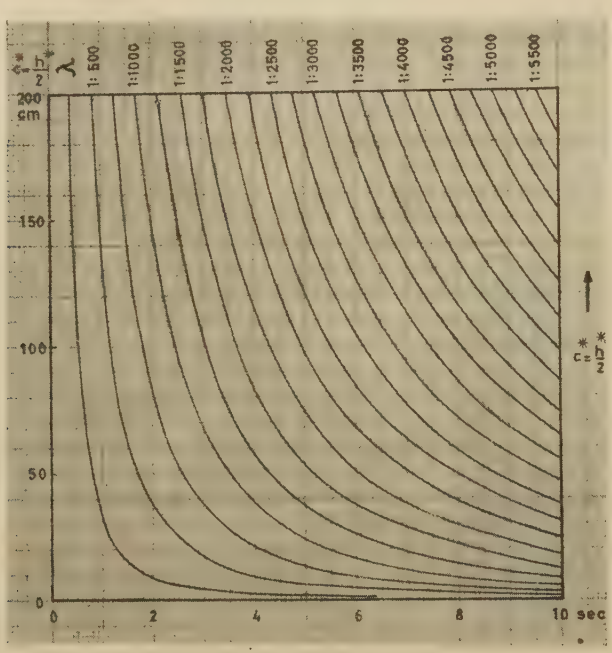

Abb. 8. Zulässige Periodenlängen für die Schranke $z_{max} = 2{,}5$ mm und $\mu = 0{,}60$ bei verschiedenen Dämpfungsverhältnissen und reduzierten Amplituden

zu benutzen ist. Bei kurzfristigen Störungen kommt dazu noch der äußere Effekt der Abnahme der wirksamen Amplitude mit der Tiefe, wie ihn Abb. 5 zeigt.

Nimmt man als Beispiel die schon früher gewählten Daten $L = 30$ m, $H = 6{,}0$ m, $Z = 4{,}5$ m, wofür eine effektive Amplitude von 55% verbleibt, so ist bei Ostseewellen die zugehörige Wellenperiode nach Abb. 9 rund 4,3 sec und die Wellenhöhe $h = 2\,c = 1{,}3$ m. Von der Amplitude $c = 65$ cm bleiben bei den angegebenen Tiefenverhältnissen nur $c^* = 36$ cm wirksam und damit ist die Schranke $z_{max} = 0{,}25$ cm im Pegelschacht nach Abb. 8 mit einer Dämpfung von $\lambda = 1:1000$ gewährleistet.

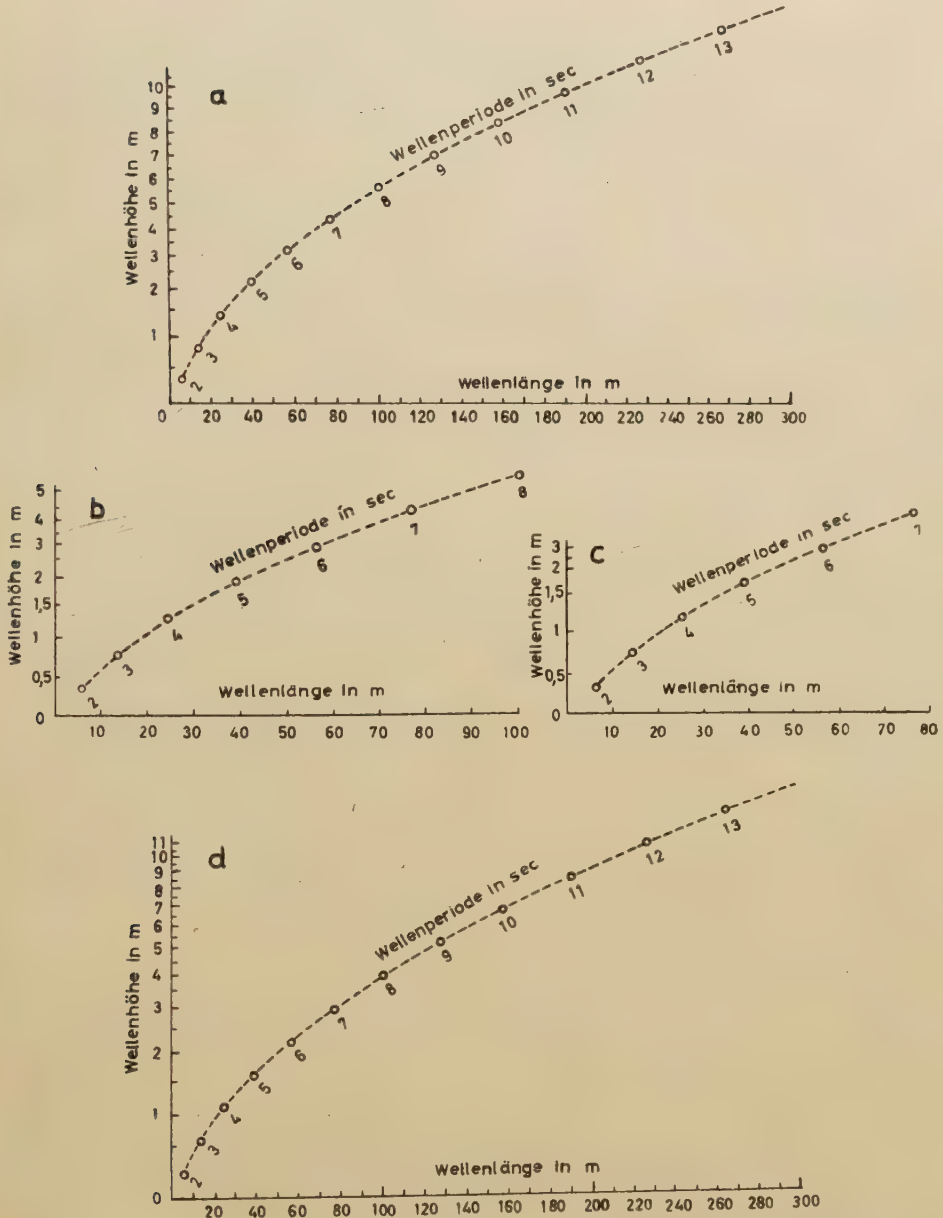

Abb. 9. Die Zuordnung von Wellenhöhe, Periode und Länge für verschiedene Meeresgebiete nach SCHUMACHER (*a* = mittlere atlantische Breiten und nördliche Nordsee, *b* = südliche Nordsee, *c* = Ostsee, *d* = Nordatlantischer Ozean)

4. Die Auswirkung von Störungen mit längerer Periode

Infolge der im allgemeinen relativ geschützten Lage der Pegel darf man wohl behaupten, daß sich alle Windwellen, deren Perioden zwischen 0 und 30 Sekunden liegen, durch eine entsprechende Dämpfung unterdrücken lassen. So entnimmt man beispielsweise aus Abb. 8 für $T = 7$ sec und $c = 2$ m — dazu gehören nach Abb. 9 Wellenlängen von etwa 80 m — ohne Berücksichtigung des äußeren Effekts eine Dämpfung $\lambda = 1:4000$, die sich ohne Schwierigkeiten realisieren läßt. Mit den früheren Werten von $H = 6{,}0$ m und $Z = 4{,}5$ wird $H/L = 0{,}075$ und $Z/L = 0{,}056$ und nach Abb. 5 verbleibt als wirksame Amplitude 91%, so daß man die Dämpfung auf 1:3800 ermäßigen könnte. Wir nähern uns also dem Bereich, wo der äußere Effekt vernachlässigt werden kann.

Die folgenden Untersuchungen sind denjenigen Störungen der Wasseroberfläche gewidmet, die Perioden von wenigen Minuten bis zu reichlich einer Stunde haben. Dazu gehören z. B die Seiches mit Amplituden von wenigen Millimetern bis zu 2 m und die Tsunamis mit Perioden um 15 Minuten. Für diese interessanten Erscheinungen muß man je nach der verwendeten Dämpfung mit ganz verschiedenem Verlauf des Innenwasserstands bei demselben äußeren Vorgang rechnen, so daß man bei der Betrachtung und Analyse der Registrierkurven zu gänzlich falschen Vorstellungen kommt. Welche Abweichungen dabei zu erwarten sind, werden die anschließenden Rechnungen zeigen, die an einem Beispiel ausführlich verfolgt und dann ohne die umständlichen Einzeloperationen in den Ergebnissen tabellarisch mitgeteilt werden.

Da sich die Differentialgleichung (5) in keinen der bekannten Typen eingliedern läßt, weiter ein nur von *einer* Variablen abhängiger integrierender Faktor nicht existiert und auch die Lösung durch Differentiation und Entwicklung in die Mac-Laurin-Reihe versagt, bleibt nur das ermüdende Verfahren der successiven Approximationen, das auf Runge (1895) und Kutta zurückgeht. Es lautet in der allgemeinen Form bei Übereinstimmung der Reihenentwicklung bis einschließlich der Glieder vierter Ordnung für eine Differentialgleichung $\dot{z} = f(t, z)$ bei der n-ten Approximation $z_n = z_{n-1} + \Delta z$

$$\left.\begin{aligned} \Delta z &= \frac{1}{6}\Delta z_1 + \frac{1}{3}\Delta z_2 + \frac{1}{3}\Delta z_3 + \frac{1}{6}\Delta z_4 \\ &\text{mit} \\ \Delta z_1 &= \Delta t \cdot f(t_{n-1}, z_{n-1}), \\ \Delta z_2 &= \Delta t \cdot f\left(t_{n-1} + \frac{1}{2}\Delta t, \quad z_{n-1} + \frac{1}{2}\Delta z_1\right), \\ \Delta z_3 &= \Delta t \cdot f\left(t_{n-1} + \frac{1}{2}\Delta t, \quad z_{n-1} + \frac{1}{2}\Delta z_2\right), \\ \Delta z_4 &= \Delta t \cdot f(t_{n-1} + \Delta t, \quad z_{n-1} + \Delta z_3). \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Zur ersten Approximation gehören mit $n = 1$ die Werte $t_{n-1} = t_0$ und $z_{n-1} = z_0$. Lassen wir die Rechnung beim ungestörten Außenwasserspiegel beginnen, so wird insbesondere $t_0 = 0$ und $z_0 = 0$. Bei der Rechnung selbst hat man sehr vorsichtig

zu verfahren, da sich sogar jeder Teilwert Δz aus dem vorhergehenden aufbaut und *ein* Fehler alle weiteren Operationen verfälscht.

Um den Gang der Rechnung zu illustrieren, sei er für ein Beispiel in den beiden ersten Schritten ausführlich behandelt. Es sei $T = 8$ min $= 480$ sec, $c = c^* = 10$ cm, $\mu = 0{,}60$ und $\lambda = 1 : 1000$. Dann wird die Gleichung (5) mit $\zeta(t) = c \sin \omega t$ zu

$$\dot{z} = f(t, z) = k \sqrt{c \sin \omega t - z}$$

und wegen $\omega = 2\pi/T$ kommt

$$f(t, z) = 0{,}026\,581 \sqrt{10 \sin \frac{\pi}{240} t - z} \; .$$

Als Schrittweite Δt wählen wir 12 sec bzw. 9°, die Anfangsbedingung heißt mit $t_0 = 0$ und $z_0 = 0$ einfach $f(0{,}0) = 0$. Zum ersten Schritt gehört dann die folgende Rechnung:

$$\begin{aligned}
z_0 &= 0{,}000 \\
\Delta z_1 &= 12 \cdot f(0{,}0) = 0{,}0000 \\
\Delta z_2 &= 12 \cdot 0{,}026\,581 \cdot \sqrt{10 \sin 4{,}5^\circ - 0{,}0000} = 0{,}2825 \; , \\
\Delta z_3 &= 12 \cdot 0{,}026\,581 \cdot \sqrt{10 \sin 4{,}5^\circ - 0{,}1413} = 0{,}2558 \; , \\
\Delta z_4 &= 12 \cdot 0{,}026\,581 \cdot \sqrt{10 \sin 9^\circ \; - 0{,}2558} = 0{,}3649 \; ; \\
\Delta z &= 0{,}0000 + 0{,}0942 + 0{,}0853 + 0{,}0608 = \underline{0{,}2403} \; , \\
z_1 &= 0{,}0000 + 0{,}2403 = \underline{0{,}2403} \; .
\end{aligned}$$

Der zweite Schritt sieht folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned}
n &= 2, \; z_1 = 0{,}2403 \\
\Delta z_1 &= 0{,}318\,972 \cdot \sqrt{10 \sin 9^\circ \; - 0{,}2403} = 0{,}3670 \; , \\
\Delta z_2 &= 0{,}318\,972 \cdot \sqrt{10 \sin 13{,}5^\circ - 0{,}4238} = 0{,}4409 \; , \\
\Delta z_3 &= 0{,}318\,972 \cdot \sqrt{10 \sin 13{,}5^\circ - 0{,}4608} = 0{,}4366 \; ; \\
\Delta z_4 &= 0{,}318\,972 \cdot \sqrt{10 \sin 18^\circ \; - 0{,}6769} = 0{,}4955 \; ; \\
\Delta z &= 0{,}0612 + 0{,}1470 + 0{,}1455 + 0{,}0826 = \underline{0{,}4363} \; , \\
z_2 &= 0{,}2403 + 0{,}4363 = \underline{0{,}6766} \; .
\end{aligned}$$

Fällt der Radikand bei der Berechnung negativ aus, so überwiegt der Innenwasserspiegel den äußeren Wasserstand und es setzt ein Abfließen im Schacht ein, das man durch das negative Vorzeichen der Wurzel berücksichtigen muß. Durch das wechselnde Steigen und Fallen des Außenwasserstandes bei periodischen Störungen kompensieren sich die Fehler bei der Approximation und beim Abrunden zum großen Teil, so daß man keine ständig zunehmende Ungenauigkeit zu befürchten hat. Unangenehm bei der Methode der successiven Approximationen ist die Tatsache, daß man im allgemeinen keine Möglichkeit einer Kontrolle besitzt, inwieweit die fortgeführte Näherung von der Wirklichkeit abweicht. Bei wellenförmigen Störungen gibt es indessen das Kriterium, daß die Kurve des inneren Wasserstands die Außenwasserkurve horizontal schneiden muß, da im Augenblick der Ausspiegelung $w = \dot{z} = 0$ ist. Die Lage des Scheitelpunkts der

Innenkurve kann man näherungsweise fixieren, wenn man sie durch eine Parabel ersetzt, die durch die drei am engsten benachbarten Punkte geht, die man bei der successiven Approximation berechnet hat. Für die parabolische Interpolation des Scheitelpunkts $S(t_s, z_s)$ aus drei in Richtung der Abszisse äquidistanten Punkten $p_1(t_1, z_1)$, $P_2(t_2, z_2)$, $P_3(t_3, z_3)$ gilt

$$\left.\begin{aligned} t_s - t_2 &= \frac{1}{2}\,\Delta t\,\frac{z_1 - z_3}{z_1 - 2\,z_2 + z_3}\,, \\ z_s - z_2 &= -\frac{1}{8}\,\frac{(z_1 - z_3)^2}{z_1 - 2\,z_2 + z_3}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Aus der Differenz $z_S - \zeta_S$ der inneren und äußeren Ordinate im Schnittpunkt S kann man einen Schluß auf die eingetretene Abweichung ziehen und feststellen, ob sich bei der gewählten Schrittweite Δt eine Weiterführung der Rechnung rechtfertigt bzw. eine erneute Berechnung mit verringerter Schrittweite durchgeführt werden muß. Da bei hinreichend guter Approximation der Scheitelpunkt $S(t_s, z_s)$ mit dem wirklichen Maximum $M(t_{\max}, z_{\max})$ als annähernd identisch angesehen werden darf, gibt das Verhältnis $z_{\max}/c$ einen Begriff von der Reduktion der Amplitude im Schacht, wobei zu sagen ist, daß das Maximum der ersten Periode zugleich das größte ist, wie das bis einschließlich der dritten Periode durchgeführte Beispiel zeigt, dessen Approximationswerte in den Tabellen 2 a—l wiedergegeben sind. Den Verlauf beider Kurven zeigt die Abb. 10.

Tabellen 2a—l

Successive Approximation für $T = 480$ sec, $c = c^* = 10$ cm, $\mu = 0.60$ und $\lambda = 1:100$

Tabelle 2a

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_{n-1}	0.0000	0.2403	0.6766	1.2176	1.8309	2.4944	3.1900	3.9012	4.6124	5.3077
Δz_1	0.0000	0.3670	0.4956	0.5814	0.6417	0.6824	0.7061	0.7138	0.7059	0.6818
Δz_2	0.2825	0.4409	0.5434	0.6149	0.6647	0.6965	0.7121	0.7119	0.6958	0.6630
Δz_3	0.2558	0.4366	0.5412	0.6136	0.6639	0.6960	0.7118	0.7119	0.6962	0.6637
Δz_4	0.3649	0.4955	0.5814	0.6417	0.6824	0.7061	0.7138	0.7059	0.6818	0.6402
Δz	0.2403	0.4363	0.5410	0.6133	0.6635	0.6956	0.7112	0.7112	0.6953	0.6626
z_n	0.2403	0.6766	1.2176	1.8309	2.4944	3.1900	3.9012	4.6124	5.3077	5.9703
t_n	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120

Tabelle 2b

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
z_{n-1}	5.9703	6.5818	7.1202	7.5562	7.8353	7.7000	7.3739	6.9305	6.3929	5.7749
Δz_1	0.6403	0.5790	0.4932	0.3711	0.1610	−0.2530	−0.3901	−0.4932	−0.5797	−0.6545
Δz_2	0.6118	0.5387	0.4364	0.2825	−0.1781	0.3313	−0.4459	−0.5392	−0.6192	−0.6888
Δz_3	0.6130	0.5406	0.4397	0.2904	−0.1202	−0.3253	−0.4427	−0.5370	−0.6176	−0.6875
Δz_4	0.5789	0.4929	0.3706	0.1574	−0.3762	−0.3903	−0.4933	−0.5797	−0.6546	−0.7194
Δz	0.6115	0.5384	0.4360	0.2791	−0.1353	−0.3261	−0.4434	−0.5376	−0.6180	−0.6878
z_n	6.5818	7.1202	7.5562	7.8353	7.7000	7.3739	6.9305	6.3929	5.7749	5.0871
t_n	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240

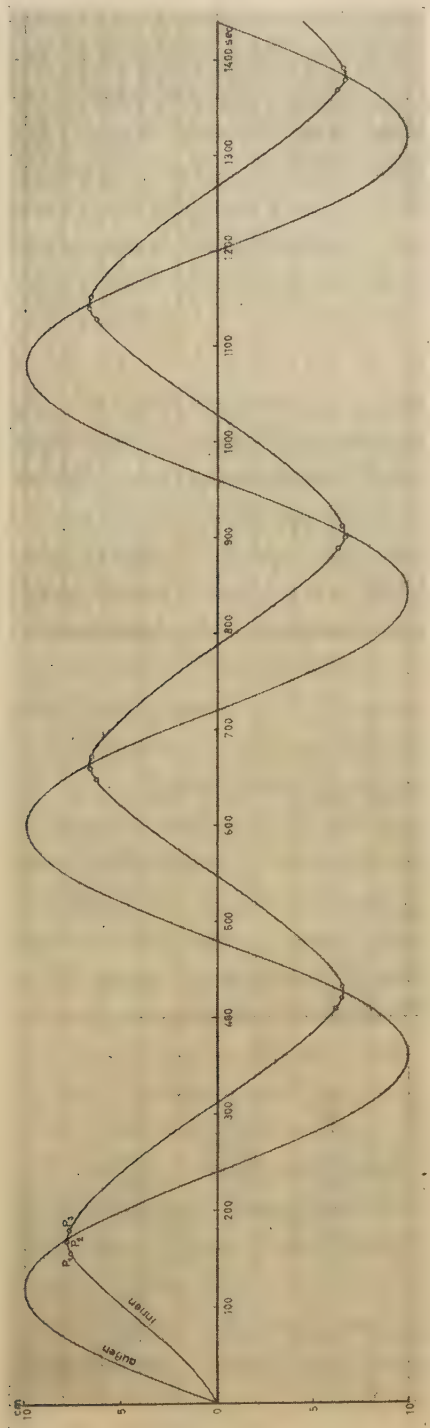

Abb. 10. Verlauf des Innen- und Außenwasserstandes bei $T = 8$ min, $c = 10$ cm, $\lambda = 1 : 1000$ und $\mu = 0{,}60$

Tabelle 2c

n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
z_{n-1}	5.0871	4.3391	3.5402	2.6996	1.8270	0.9323	0.0258	−0.8814	−1.7778	−2.6511
Δz_1	−0.7194	−0.7750	−0.8213	−0.8582	−0.8854	−0.9024	−0.9087	−0.9038	−0.8870	−0.8574
Δz_2	−0.7489	−0.7997	−0.8413	−0.8733	−0.8953	−0.9070	−0.9077	−0.8968	−0.8737	−0.8372
Δz_3	−0.7479	−0.7989	−0.8407	−0.8728	−0.8950	−0.9069	−0.9077	−0.8970	−0.8741	−0.8378
Δz_4	−0.7750	−0.8213	−0.8582	−0.8854	−0.9024	−0.9087	−0.9038	−0.8870	−0.8574	−0.8139
Δz	−0.7480	−0.7989	−0.8406	−0.8726	−0.8947	−0.9065	−0.9072	−0.8964	−0.8733	−0.8369
z_n	4.3391	3.5402	2.6996	1.8270	0.9323	0.0258	−0.8814	−1.7778	−2.6511	−3.4880
t_n	252	264	276	288	300	312	324	336	348	360

Tabelle 2d

n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
z_{n-1}	−3.4880	−4.2739	−4.9921	−5.6225	−6.1380	−6.4917	−6.4769	−6.1448	−5.6836	−5.1244
Δz_1	−0.8140	−0.7550	−0.6780	−0.5784	−0.4458	−0.2428	0.2469	0.4041	0.5137	0.6018
Δz_2	−0.7861	−0.7184	−0.6305	−0.5158	−0.3557	0.1098	0.3388	0.4640	0.5609	0.6410
Δz_3	−0.7870	−0.7197	−0.6325	−0.5189	−0.3620	−0.0766	0.3319	0.4607	0.5588	0.6395
Δz_4	−0.7550	−0.6779	−0.5782	−0.4453	−0.2410	−0.2650	0.4041	0.5137	0.6019	0.6755
Δz	−0.7859	−0.7182	−0.6304	−0.5155	−0.3537	0.0148	0.3321	0.4612	0.5592	0.6397
z_n	−4.2739	−4.9921	−5.6225	−6.1380	−6.4917	−6.4769	−6.1448	−5.6836	−5.1244	−4.4847
t_n	372	384	396	408	420	432	444	456	468	480

Tabelle 2e

n	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
z_{n-1}	−4.4847	−3.7774	−3.0139	−2.2048	−1.3606	−0.4920	0.3901	1.2744	2.1488	3.0009
Δz_1	0.6755	0.7372	0.7881	0.8284	0.8582	0.8772	0.8851	0.8814	0.8655	0.8364
Δz_2	0.7083	0.7644	0.8099	0.8449	0.8692	0.8827	0.8848	0.8749	0.8525	0.8163
Δz_3	0.7072	0.7635	0.8092	0.8444	0.8689	0.8825	0.8848	0.8751	0.8528	0.8170
Δz_4	0.7372	0.7881	0.8284	0.8582	0.8772	0.8851	0.8814	0.8654	0.8364	0.7931
Δz	0.7073	0.7635	0.8091	0.8442	0.8686	0.8821	0.8843	0.8744	0.8521	0.8160
z_n	−3.7774	−3.0139	−2.2048	−1.3606	−0.4920	0.3901	1.2744	2.1488	3.0009	3.8169
t_n	492	504	516	528	540	552	564	576	588	600

Tabelle 2f

n	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
z_{n-1}	3.8169	4.5819	5.2787	5.8864	6.3763	6.6952	6.5891	6.2411	5.7699	5.2033
Δz_1	0.7932	0.7340	0.6562	0.5547	0.4176	0.1956	−0.2690	−0.4160	−0.5222	−0.6085
Δz_2	0.7652	0.6970	0.6079	0.4903	0.3220	−0.1743	−0.3537	−0.4738	−0.5683	−0.6470
Δz_3	0.7662	0.6984	0.6099	0.4936	0.3295	−0.1075	−0.3476	−0.4707	−0.5662	−0.6455
Δz_4	0.7339	0.6561	0.5544	0.4171	0.1928	−0.2687	−0.4161	−0.5222	−0.6085	−0.6810
Δz	0.7650	0.6968	0.6077	0.4899	0.3189	−0.1061	−0.3480	−0.4712	−0.5666	−0.6458
z_n	4.5819	5.2787	5.8864	6.3763	6.6952	6.5891	6.2411	5.7699	5.2033	4.5575
t_n	612	624	636	648	660	672	684	696	708	720

Tabelle 2g

n	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
z_{n-1}	4.5575	3.8452	3.0773	2.2643	1.4167	0.5449	−0.3402	−1.2272	−2.1044	−2.9590
Δz_1	−0.6809	−0.7419	−0.7921	−0.8320	−0.8615	−0.8803	−0.8880	−0.8841	−0.8681	−0.8390
Δz_2	−0.7133	−0.7688	−0.8137	−0.8483	−0.8724	−0.8856	−0.8875	−0.8776	−0.8550	−0.8189
Δz_3	−0.7122	−0.7679	−0.8131	−0.8478	−0.8721	−0.8855	−0.8875	−0.8778	−0.8554	−0.8195
Δz_4	−0.7419	−0.7921	−0.8320	−0.8615	−0.8803	−0.8880	−0.8841	−0.8680	−0.8389	−0.7956
Δz	−0.7123	−0.7679	−0.8130	−0.8476	−0.8718	−0.8851	−0.8870	−0.8772	−0.8546	−0.8186
z_n	3.8452	3.0773	2.2643	1.4167	0.5449	−0.3402	−1.2272	−2.1044	−2.9590	−3.7776
t_n	732	744	756	768	780	792	804	816	828	840

Tabelle 2h

n	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
z_{n-1}	−3.7776	−4.5451	−5.2445	−5.8549	−6.3480	−6.6712	−6.5983	−6.2491	−5.7771	−5.2099
Δz_1	−0.7957	−0.7365	−0.6588	−0.5575	−0.4210	−0.2017	0.2707	0.4170	0.5229	0.6090
Δz_2	−0.7678	−0.6996	−0.6106	−0.4934	−0.3261	0.1680	0.3549	0.4746	0.5689	0.6475
Δz_3	−0.7687	−0.7009	−0.6126	−0.4967	−0.3335	0.0097	0.3488	0.4715	0.5668	0.6460
Δz_4	−0.7364	−0.6587	−0.5573	−0.4206	−0.1991	0.2832	0.4171	0.5229	0.6091	0.6814
Δz	−0.7675	−0.6994	−0.6104	−0.4931	−0.3232	0.0729	0.3492	0.4720	0.5672	0.6462
z_n	−4.5451	−5.2445	−5.8549	−6.3480	−6.6712	−6.5983	−6.2491	−5.7771	−5.2099	−4.5637
t_n	852	864	876	888	900	912	924	936	948	960

Tabelle 2i

n	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
z_{n-1}	−4.5637	−3.8509	−3.0827	−2.2694	−1.4215	−0.5494	0.3359	1.2232	2.1005	2.9553
Δz_1	0.6814	0.7423	0.7925	0.8324	0.8618	0.8805	0.8882	0.8843	0.8683	0.8392
Δz_2	0.7138	0.7691	0.8140	0.8486	0.8727	0.8859	0.8878	0.8777	0.8552	0.8191
Δz_3	0.7126	0.7682	0.8134	0.8481	0.8724	0.8857	0.8878	0.8780	0.8556	0.8197
Δz_4	0.7423	0.7925	0.8323	0.8618	0.8805	0.8882	0.8843	0.8682	0.8391	0.7958
Δz	0.7128	0.7682	0.8133	0.8479	0.8721	0.8853	0.8873	0.8773	0.8548	0.8188
z_n	−3.8509	−3.0827	−2.2694	−1.4215	−0.5494	0.3359	1.2232	2.1005	2.9553	3.7741
t_n	972	984	996	1008	1020	1032	1044	1056	1068	1080

Tabelle 2j

n	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
z_{n-1}	3.7741	4.5418	5.2414	5.8521	6.3455	6.6691	6.5968	6.2478	5.7759	5.2088
Δz_1	0.7959	0.7368	0.6591	0.5578	0.4213	0.2022	−0.2705	−0.4169	−0.5227	−0.6089
Δz_2	0.7680	0.6998	0.6109	0.4937	0.3265	−0.1675	−0.3547	−0.4744	−0.5688	−0.6474
Δz_1	0.7689	0.7012	0.6129	0.4970	0.3338	−0.0096	−0.3486	−0.4714	−0.5667	−0.6459
Δz_4	0.7367	0.6589	0.5576	0.4209	0.1996	−0.2820	−0.4169	−0.5228	−0.6090	−0.6814
Δz	0.7677	0.6996	0.6107	0.4934	0.3236	−0.0723	−0.3490	−0.4719	−0.5671	−0.6462
z_n	4.5418	5.2414	5.8521	6.3455	6.6691	6.5968	6.2478	5.7759	5.2088	4.5626
t_n	1092	1104	1116	1128	1140	1152	1164	1176	1188	1200

Tabelle 2k

n	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
Δz_{n-1}	4.5626	3.8499	3.0817	2.2685	1.4206	0.5486	−0.3367	−1.2239	−2.1012	−2.9560
Δz_1	−0.6813	−0.7422	−0.7924	−0.8323	−0.8617	−0.8805	−0.8882	−0.8843	−0.8682	−0.8392
Δz_2	−0.7137	−0.7691	−0.8140	−0.8486	−0.8726	−0.8858	−0.8877	−0.8778	−0.8552	−0.8191
Δz_3	−0.7126	−0.7682	−0.8133	−0.8481	−0.8723	−0.8857	−0.8877	−0.8780	−0.8556	−0.8197
Δz_4	−0.7422	−0.7924	−0.8323	−0.8617	−0.8805	−0.8881	−0.8843	−0.8682	−0.8391	−0.7958
Δz	−0.7127	−0.7682	−0.8132	−0.8479	−0.8720	−0.8853	−0.8872	−0.8773	−0.8548	−0.8188
z_n	3.8499	3.0817	2.2685	1.4206	0.5486	−0.3367	−1.2239	−2.1012	−2.9560	−3.7748
t_n	1212	1224	1236	1248	1260	1272	1284	1296	1308	1320

Tabelle 2l

n	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
z_{n-1}	−3.7748	−4.5425	−5.2421	−5.8527	−6.3460	−6.6695	−6.5971	−6.2481	−5.7762	−5.2090
Δz_1	−0.7958	−0.7367	−0.6590	−0.5577	−0.4213	−0.2021	0.2705	0.4169	0.5228	0.6089
Δz_2	−0.7680	−0.6998	−0.6108	−0.4936	−0.3264	0.1676	0.3547	0.4745	0.5688	0.6474
Δz_3	−0.7689	−0.7011	−0.6128	−0.4969	−0.3338	0.0096	0.3486	0.4714	0.5668	0.6459
Δz_4	−0.7366	−0.6589	−0.5575	−0.4208	−0.1995	0.2821	0.4169	0.5228	0.6090	0.6814
Δz	−0.7677	−0.6996	−0.6106	−0.4933	−0.3235	0.0724	0.3490	0.4719	0.5672	0.6462
z_n	−4.5425	−5.2421	−5.8527	−6.3460	−6.6695	−6.5971	−6.2481	−5.7762	−5.2090	−4.5628
t_n	1332	1344	1356	1368	1380	1392	1404	1416	1428	1440

Man ersieht aus dem Gang des Wasserstands im Pegelschacht bereits von der zweiten Periode an eine ziemliche Regelmäßigkeit, wobei sich Phase und Amplitude auf feste Werte einstellen. Dieses Bild wird noch konkreter durch die Rechnung belegt, wenn man die entsprechenden Ordinaten innerhalb der Halbperioden in ihren absoluten Werten einander gegenüberstellt, wie dies Tab. 3 zeigt.

Tabelle 3

Konjugierte Ordinaten der Halbperioden für $T = 8$ min, $c = 10$ cm, $\lambda = 1:1000$ und $\mu = 0{,}60$

$$|z_0| - |z_{20}| = -5{,}0871$$
$$|z_{20}| - |z_{40}| = +0{,}6024$$
$$|z_{40}| - |z_{60}| = -0{,}0728$$
$$|z_{60}| - |z_{80}| = -0{,}0062$$
$$|z_{80}| - |z_{100}| = +0{,}0011$$
$$|z_{100}| - |z_{120}| = -0{,}0002$$

$$|z_{10}| - |z_{30}| = +2{,}4823$$
$$|z_{30}| - |z_{50}| = -0{,}3289$$
$$|z_{50}| - |z_{70}| = +0{,}0393$$
$$|z_{70}| - |z_{90}| = +0{,}0035$$
$$|z_{90}| - |z_{110}| = -0{,}0007$$

Am Ende der 2. Periode liegt die Differenz konjugierter Ordinaten bereits in der Größenordnung der Fehler der Methode selbst, wie die Bestimmungen der Abweichungen in den Schnittpunkten S zeigen, die in der folgenden Tab. 4 zusammengestellt sind, aus der noch einige Folgerungen gezogen werden. Zwischen den Endwerten der 2. und 3. Periode ist nur noch eine Abweichung von 0,0009 vor-

handen, die sich in der letzten Halbperiode auf 0,0002 reduziert, womit praktisch die Identität eingetreten ist.

Tabelle 4

Lage der Schnittpunkte $S(t_S, z_S)$ und ihre Ordinaten-Differenz $z_S - \zeta_S$

	$P_1(t_1, z_1)$ sec; cm	$P_2(t_2, z_2)$ sec; cm	$P_3(t_3, z_3)$ sec; cm	t_S sec	z_S cm	ζ_S cm	$z_S - \zeta_S$ cm
1. Maximum	156; 7,5562	168; 7,8353	180; 7,7000	170,08	7,862	7,927	–0,065
1. Minimum	408; –6,1380	420; –6,4917	432; –6,4769	425,52	–6,531	–6,542	0,011
2. Maximum	648; 6,3763	660; 6,6952	672; 6,5891	663,00	6,709	6,788	–0,079
2. Minimum	888; –6,3480	900; –6,6712	912; –6,5983	903,79	–6,691	–6,712	0,021
3. Maximum	1128; 6,3455	1140; 6,6691	1152; 6,5968	1143,81	6,691	6,710	–0,019
3. Minimum	1368; –6,3460	1380; –6,6695	1392; –6,5971	1383,81	–6,689	–6,710	0,021

Betrachtet man die Lage der Maxima und Minima, so hat man in der zweiten Periode etwa

$$z_{\max} = 6{,}71 \text{ cm}, \qquad t_{\max} = 663{,}0 \text{ sec},$$
$$z_{\min} = -6{,}69 \text{ cm}, \qquad t_{\min} = 903{,}8 \text{ sec}$$

und als Differenzen $|z_{\max}| - |z_{\min}| = 0{,}02$ und $T/2 = t_{\max} - t_{\min} = 240{,}8$ sec. Die Mitte zwischen Maximum und Minimum liegt bei $t = 783{,}4$ sec, die vorhandene Nullstelle etwa bei $t = 786$ sec. In der zweiten Periode ist also noch keine vollständig symmetrische Schwingung vorhanden, jedoch zeigt die graphische Differenzbildung bereits, daß die Innenwasserstandskurve von einer Sinuskurve merklich abweicht.

In der dritten Periode ergeben sich als Extrema etwa

$$z_{\max} = 6{,}69 \text{ cm}, \qquad t_{\max} = 1143{,}81 \text{ sec},$$
$$z_{\min} = -6{,}69 \text{ cm}, \qquad t_{\min} = 1383{,}81 \text{ sec}.$$

Die Differenzen sind jetzt $|z_{\max}| - |z_{\min}| = 0{,}00$ cm und $T/2 = t_{\max} - t_{\min} = 240$ sec, folglich ist die Endform einer Schwingung mit derselben Periode wie die äußere Störung, aber einer auf 66,9% reduzierten Amplitude eingetreten. Aus der Phasenverschiebung von 63,81 sec bzw. 47,86° ist eine erste Näherung der Wasserspiegelschwankung im Schacht gegeben durch

$$z \sim 6{,}69 \sin\left(\frac{\pi}{240} t - 0{,}8353\right)$$

im Bogenmaß bzw.

$$z \sim 6{,}69 \sin\left(\frac{3}{4} t - 47{,}86°\right)$$

im Gradmaß. Bildet man die Differenzkurve, so zeigt sich ein unregelmäßiger Verlauf, weshalb nicht zu erwarten ist, die angegebene Näherung durch ein oder

zwei Zusatzglieder hinreichend verbessern zu können. Man ist somit auf eine FOURIER-Analyse angewiesen, für die man im benutzten Intervall schreiben kann

$$\left.\begin{aligned} z &= \sum_k \left(a_k \cos k \cdot \frac{3}{4} t + b_k \sin k \cdot \frac{3}{4} t \right) \\ \text{mit} \quad a_k &= \frac{1}{20} \sum_{n=80}^{120} z_n \cos k \cdot \frac{3}{4} t \\ \text{und} \quad b_k &= \frac{1}{20} \sum_{n=80}^{120} z_n \sin k \cdot \frac{3}{4} t \,. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Da die zweite Halbperiode der Innenwasserspiegelkurve der ersten bezüglich der Zeitachse spiegelbildlich ist, fällt das absolute Glied fort und die Analyse beschränkt sich auf alle ungeraden k der ersten Halbperiode, weil sich die Produkte unter dem Summenzeichen in der zweiten Halbperiode wiederholen. Es bleibt dann einfacher

$$\left.\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{10} \sum_{n=80}^{100} z_n \cos k \cdot \frac{3}{4} t \\ b_k &= \frac{1}{10} \sum_{n=80}^{100} z_n \sin k \cdot \frac{3}{4} t \end{aligned}\right\} \tag{19a}$$

mit $k = 1, 3, 5, 7, \ldots$ Ebenso reduziert sich der Ausdruck für das Quadrat des mittleren Fehlers für die k-te Näherung

$$m_k^2 = \frac{1}{40} \left[\sum_{n=80}^{120} z_n^2 - 20 \sum_k (a_k^2 + b_k^2) \right] \tag{20}$$

auf

$$m_k^2 = \frac{1}{20} \left[\sum_{n=80}^{100} z_n^2 - 10 \sum_k (a_k^2 + b_k^2) \right]. \tag{20a}$$

Die Ergebnisse der Analyse sind folgende:

$a_1 = -4{,}797$ cm,	$b_1 = 4{,}009$ cm,	$m_1 = 0{,}219$ cm
$a_3 = 0{,}196$ cm,	$b_3 = 0{,}216$ cm,	$m_3 = 0{,}074$ cm
$a_5 = 0{,}064$ cm,	$b_5 = -0{,}047$ cm,	$m_5 = 0{,}048$ cm
$a_7 = -0{,}017$ cm,	$b_7 = -0{,}029$ cm,	$m_7 = 0{,}042$ cm.

In dieser Schreibweise sagen die Ausdrücke wenig darüber aus, wie die Abweichung von der Sinusform beschaffen ist. Nun ist es möglich, von den paarweise auftretenden Gliedern a_k und b_k jeweils eines durch eine Phasenverschiebung um einen geeigneten Winkel α zum Verschwinden zu bringen. Will man a_1 eliminieren, so bleibt

$$b_1 * \sin\left(\frac{3}{4} t - \alpha\right),$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{wobei} && b_1^* = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \\ &\text{und} && \operatorname{tg}\alpha = -\frac{a_1}{b_1}. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Mit den Werten von a_1 und b_1 folgt $b_1^* = 6{,}252$ cm und $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}19655$, also $\alpha = 50{,}11°$. Transformiert man auch die übrigen Glieder um den Winkel α, so ergibt sich eine neue FOURIER-Darstellung, in der die Differenzen zur sinusförmigen Grundschwingung übersichtlich zum Ausdruck kommen. Da sich dabei der jeweilige Wert des mittleren Fehlerquadrats nicht ändern darf, hat man in

$$a_k^{*2} + b_k^{*2} = a_k^2 + b_k^2 \tag{22}$$

noch ein Kriterium für die Richtigkeit der Umrechnung. Das Ergebnis lautet jetzt

$$\begin{aligned} a_1^* &= 0 & b_1^* &= 6{,}252 \text{ cm} \\ a_3^* &= 0{,}292 \text{ cm}, & b_3^* &= -0{,}011 \text{ cm} \\ a_5^* &= 0{,}005 \text{ cm}, & b_5^* &= -0{,}079 \text{ cm} \\ a_7^* &= -0{,}033 \text{ cm}, & b_7^* &= -0{,}006 \text{ cm}, \end{aligned}$$

so daß man die Funktion

$$z = 6{,}252 \sin\left(\frac{3}{4}t - 50{,}11°\right)$$

als erste FOURIER-Näherung ansprechen darf, die von der vorhin angegebenen Näherung nicht sehr abweicht.

5. Systematische Ausdehnung der Untersuchungen auf verschiedene Amplituden, Perioden und Dämpfungsverhältnisse

Die Ergebnisse des im vorigen Abschnitt durchgerechneten Beispiels haben den Wunsch auftauchen lassen, zu systematischen Untersuchungen überzugehen, um somit dem Komplex des Dämpfungsproblems auf breiter Basis näherzurücken. Dabei taucht als erstes die Frage nach dem zu erwartenden Umfang der Rechnungen auf, die den Möglichkeiten eines einzelnen Bearbeiters Grenzen setzt. Auf jeden Teilschritt der successiven Approximation entfallen unter Berücksichtigung der durch Wiederholung von Operationen ersparten Rechnungen:

Zweimaliges Aufsuchen einer trigonometrischen Funktion, 8 Additionen bzw. Subtraktionen von zwei bis vier Gliedern, je 6 Multiplikationen und Divisionen und viermaliges Radizieren, also insgesamt 26 Operationen. Bei einer Anzahl von 40 Schritten — das entspricht einer Schrittweite von 9° — sind das für eine Periode bereits über 1000 Einzelrechnungen, wozu noch die Bestimmung der Extrema aus der parabolischen Interpolation kommt.

Der Rahmen des möglichen Aufwandes drängte daher die Entscheidung auf, entweder eine Reihe von Fällen über je *eine* Periode zu untersuchen oder stattdessen einige Fälle so weit zu verfolgen, daß man den Endeffekt im Pegelschacht angeben kann. Da man bei dem zuerst erwähnten Vorgehen Aussicht hat, zwi-

schen den einzelnen Varianten wenigstens grob interpolieren und damit den Überblick wesentlich umfassender gestalten zu können, und außerdem die äußeren Störungen meistens nicht mit genau gleicher Periode und Amplitude aufeinander folgen, wurde diese Seite der Alternative vorgezogen. Für die Fortsetzung der Rechnungen können vielleicht später Rechenkollektive eingesetzt werden, die auf den Resultaten für die erste Periode aufbauen können.

Als Amplituden werden im folgenden 2, 5, 8, 15 und 25 cm gewählt, weil die Mehrzahl der Seiches und Tsunamis im Bereich bis zu 1/4 m bleibt. Um das Aufsuchen der Funktion $\zeta(t) = c \sin \omega t$ zu erleichtern, sind in der Tab. 5 die Werte

Tabelle 5

Werte der Funktion $\zeta(t) = c \sin \omega t$ für eine Schrittweite von 9°

ωt	Amplitude der äußeren Störung c				
	2 cm	5 cm	8 cm	15 cm	25 cm
0,0°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,5°	0,1569	0,3923	0,6277	1,1769	1,9615
9,0°	0,3129	0,7822	1,2514	2,3465	3,9108
13,5°	0,4669	1,1673	1,8676	3,5018	5,8363
18,0°	0,6180	1,5451	2,4722	4,6353	7,7255
22,5°	0,7654	1,9134	3,0614	5,7402	9,5670
27,0°	0,9080	2,2700	3,6319	6,8099	11,3498
31,5°	1,0450	2,6125	4,1800	7,8375	13,0625
36,0°	1,1756	2,9390	4,7023	8,8169	14,6948
40,5°	1,2989	3,2473	5,1956	9,7418	16,2363
45,0°	1,4142	3,5356	5,6569	10,6067	17,6778
49,5°	1,5208	3,8021	6,0833	11,4062	19,0103
54,0°	1,6180	4,0451	6,4722	12,1353	20,2255
58,5°	1,7053	4,2632	6,8211	12,7896	21,3160
63,0°	1,7820	4,4551	7,1281	13,3652	22,2753
67,5°	1,8478	4,6194	7,3910	13,8582	23,0970
72,0°	1,9021	4,7553	7,6085	14,2659	23,7765
76,5°	1,9447	4,8619	7,7790	14,5856	24,3093
81,0°	1,9754	4,9385	7,9015	14,8154	24,6923
85,5°	1,9938	4,9846	7,9754	14,9538	24,9230
90,0°	2,0000	5,0000	8,0000	15,0000	25,0000

für die einzelnen Schritte zusammengestellt, wobei in der Methode der successiven Approximationen auch die Ordinaten der halben Schrittweite vorkommen. Eine außerordentliche Vereinfachung des Problems bedeutet die Erkenntnis, daß das Verhalten im Pegelschacht für alle Störungen vom Produkt $k \cdot T$ bzw. $\lambda \cdot T$ dasselbe ist, so daß man mit einem Rechengang sogleich eine Aussage von der Mannigfaltigkeit 2 hat. Einen diesbezüglichen Überblick der Zuordnung von Dämpfung und Periodenlänge in Minuten sowie — in Klammern gesetzt — der Schrittweite in Sekunden gibt die Tab. 6 für 7 verschiedene Kurven.

In Praxis sind die Rechnungen jedoch nicht für alle zugehörigen 5 Amplituden durchgeführt worden, sondern es sind bei den kleineren Amplituden 2 bis 3 Kurven fortgelassen worden, falls die Schar der vorhandenen Kurven als eng genug er-

schien. So sind insgesamt nicht $7 \times 5 = 35$, sondern nur 27 Kurven über je eine Periode bestimmt worden, wozu immerhin schon nahezu 30000 Operationen notwendig waren, die unter sorgfältigster Vermeidung von Fehlern abgewickelt wer-

Tabelle 6

Zuordnung zwischen der Dämpfung, Periodenlänge und Schrittweite bei der successiven Approximation

Kurve Nr. / Dämpfung	1	2	3	4	5	6	7
1 : 250	0,5 (0,75)	1 (1,5)	1,5 (2,25)	2,25 (3,375)	3 (4,5)	4,5 (6,75)	7 (10,5)
1 : 500	1 (1,5)	2 (3)	3 (4,5)	4,5 (6,75)	6 (9)	9 (13,5)	14 (21)
1 : 750	1,5 (2,25)	3 (4,5)	4,5 (6,75)	6,75 (10,125)	9 (13,5)	13,5 (20,25)	21 (31,5)
1 : 1000	2 (3)	4 (6)	6 (9)	9 (13,5)	12 (18)	18 (27)	28 (42)
1 : 2000	4 (6)	8 (12)	12 (18)	18 (27)	24 (36)	36 (54)	56 (84)
1 : 3000	6 (9)	12 (18)	18 (27)	27 (40,5)	36 (54)	54 (81)	84 (126)
1 : 4000	8 (12)	16 (24)	24 (36)	36 (54)	48 (72)	72 (108)	112 (168)
1 : 5000	10 (15)	20 (30)	30 (45)	45 (67,5)	60 (90)	90 (135)	140 (210)
1 : 6000	12 (18)	24 (36)	36 (54)	54 (81)	72 (108)	108 (162)	168 (252)
1 : 8000	16 (24)	32 (48)	48 (72)	72 (108)	96 (144)	144 (216)	224 (336)
1 : 10000	20 (30)	40 (60)	60 (90)	90 (135)	120 (180)	180 (270)	280 (420)

Bem. Die Werte für T sind in Minuten, diejenigen für Δt in Klammern in Sekunden angegeben

den mußten. Die Resultate der Rechnungen sind in den Tabellen 7a—d bis 11a—d enthalten, wobei alle Zwischenstufen fortgelassen wurden, um die Tabellen nicht zu umfangreich werden zu lassen. Die zugehörigen Kurven sind in den Abb. 11—15 dargestellt (siehe Beilage).

Tabellen 7a—d

Funktionswerte der Kurven Nr. 1, 2, 3, 5 für $c = 2$ cm

Tabelle 7a

z_n / n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. 1	0.0278	0.0789	0.1434	0.2175	0.2988	0.3853	0.4753	0.5671	0.6590	0.7495
Nr. 2	0.0534	0.1497	0.2686	0.4029	0.5476	0.6986	0.8523	1.0050	1.1532	1.2945
Nr. 3	0.0773	0.2131	0.3772	0.5589	0.7508	0.9467	1.1410	1.3279	1.5015	1.6548
Nr. 5	0.1380	0.3620	0.6142	0.8758	1.1342	1.3787	1.5989	1.7842	1.9219	1.9822

Tabelle 7b

z_n \ n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nr. 1	0.8368	0.9191	0.9943	1.0598	1.1120	1.1434	1.1233	1.0773	1.0166	0.9442
Nr. 2	1.4213	1.5299	1.6126	1.6458	1.5956	1.5147	1.4114	1.2893	1.1508	0.9980
Nr. 3	1.7791	1.8596	1.8482	1.7700	1.6634	1.5321	1.3785	1.2047	1.0128	0.8052
Nr. 5	1.9850	1.9258	1.8340	1.7076	1.5481	1.3581	1.1403	0.8980	0.6352	0.3562

Tabelle 7c

z_n \ n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Nr. 1	0.8621	0.7718	0.6745	0.5715	0.4640	0.3532	0.2404	0.1268	0.0136	–0.0978
Nr. 2	0.8328	0.6572	0.4732	0.2830	0.0887	–0.1073	–0.3025	–0.4943	–0.6799	–0.8563
Nr. 3	0.5843	0.3529	0.1138	–0.1297	–0.3743	–0.6163	–0.8518	–1.0763	–1.2849	–1.4718
Nr. 5	0.0657	–0.2308	–0.5277	–0.8187	–1.0969	–1.3550	–1.5847	–1.7765	–1.9186	–1.9816

Tabelle 7d

z_n \ n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Nr. 1	–0.2060	–0.3095	–0.4067	–0.4959	–0.5749	–0.6409	–0.6895	–0.7049	–0.6680	–0.6126
Nr. 2	–1.0199	–1.1667	–1.2915	–1.3868	–1.4294	–1.3786	–1.2925	–1.1828	–1.0540	–0.9091
Nr. 3	–1.6299	–1.7486	–1.7968	–1.7367	–1.6382	–1.5119	–1.3617	–1.1904	–1.0005	–0.7944
Nr. 5	–1.9849	–1.9258	–1.8340	–1.7076	–1.5481	–1.3581	–1.1403	–0.8980	–0.6352	–0.3562

Tabellen 8a–d

Funktionswerte der Kurven Nr. 1, 2, 3, 5 für $c = 5$ cm

Tabelle 8a

z_n \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. 1	0.0442	0.1268	0.2317	0.3531	0.4871	0.6306	0.7809	0.9355	1.0918	1.2475
Nr. 2	0.0865	0.2457	0.4452	0.6736	0.9231	1.1873	1.4605	1.7375	2.0129	2.2813
Nr. 3	0.1270	0.3569	0.6413	0.9630	1.3104	1.6738	2.0444	2.4139	2.7737	3.1148
Nr. 5	0.2374	0.6459	1.1307	1.6586	2.2067	2.7556	3.2873	3.7833	4.2234	4.5829

Tabelle 8b

z_n \ n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nr. 1	1.4000	1.5467	1.6848	1.8111	1.9218	2.0116	2.0704	2.0459	1.9731	1.8745
Nr. 2	2.5369	2.7734	2.9832	3.1564	3.2758	3.2556	3.1342	2.9643	2.7567	2.5177
Nr. 3	3.4271	3.6985	3.9120	4.0278	3.9362	3.7510	3.5093	3.2208	2.8918	2.5275
Nr. 5	4.8239	4.8516	4.6671	4.4118	4.0887	3.7015	3.2547	2.7538	2.2049	1.6149

Tabelle 8c

z_n \ n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Nr. 1	1.7560	1.6213	1.4730	1.3134	1.1447	0.9690	0.7883	0.6045	0.4197	0.2360
Nr. 2	2.2519	1.9633	1.6556	1.3325	0.9976	0.6546	0.3074	–0.0401	–0.3838	–0.7194
Nr. 3	2.1327	1.7122	1.2708	0.8136	0.3458	–0.1271	–0.5992	–1.0644	–1.5161	–1.9471
Nr. 5	0.9916	0.3434	–0.3203	–0.9893	–1.6526	–2.2982	–2.9127	–3.4813	–3.9865	–4.4066

Tabelle 8d

z_n \ n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Nr. 1	0.0555	–0.1197	–0.2872	–0.4445	–0.5889	–0.7171	–0.8250	–0.9059	–0.9370	–0.8809
Nr. 2	–1.0422	–1.3473	–1.6291	–1.8812	–2.0952	–2.2586	–2.3313	–2.2369	–2.0784	–1.8776
Nr. 3	–2.3493	–2.7136	–3.0286	–3.2784	–3.4306	–3.3521	–3.1600	–2.9066	–2.6049	–2.2629
Nr. 5	–4.7098	–4.8010	–4.6416	–4.3957	–4.0775	–3.6932	–3.2483	–2.7487	–2.2007	–1.6115

Tabellen 9a—d

Funktionswerte der Kurven Nr. 1, 2, 3, 5, 6 für $c = 8$ cm

Tabelle 9a

z_n \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. 1	0.0561	0.1614	0.2954	0.4509	0.6229	0.8076	1.0015	1.2014	1.4042	1.6069
Nr. 2	0.1104	0.3149	0.5726	0.8690	1.1942	1.5403	1.9003	2.2675	2.6353	2.9973
Nr. 3	0.1628	0.4606	0.8321	1.2555	1.7160	2.2016	2.7013	3.2049	3.7019	4.1818
Nr. 5	0.3090	0.8523	1.5087	2.2353	3.0028	3.7865	4.5635	5.3112	6.0055	6.6189
Nr. 6	0.4388	1.1792	2.0442	2.9718	3.9198	4.8523	5.7358	6.5376	7.2110	7.7085

Tabelle 9b

z_n \ n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nr. 1	1.8064	1.9996	2.1832	2.3532	2.5053	2.6341	2.7308	2.7652	2.6928	2.5801
Nr. 2	3.3465	3.6756	3.9761	4.2380	4.4469	4.5751	4.4943	4.3100	4.0671	3.7777
Nr. 3	4.6329	5.0421	5.3932	5.6621	5.7748	5.6079	5.3359	4.9890	4.5803	4.1187
Nr. 5	7.1163	7.4383	7.3927	7.0801	6.6536	6.1283	5.5137	4.8185	4.0510	3.2206
Nr. 6	7.8979	7.7716	7.4311	6.9783	6.4109	5.7341	4.9558	4.0860	3.1367	2.1207

Tabelle 9c

z_n \ n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Nr. 1	2.4390	2.2752	2.0927	1.8947	1.6840	1.4634	1.2355	1.0030	0.7684	0.5343
Nr. 2	3.4493	3.0879	2.6988	2.2869	1.8571	1.4141	0.9629	0.5084	0.0558	–0.3896
Nr. 3	3.6116	3.0658	2.4879	1.8844	1.2622	0.6282	–0.0103	–0.6457	–1.2701	–1.8749
Nr. 5	2.3372	1.4116	0.4554	–0.5187	–1.4972	–2.4653	–3.4071	–4.3050	–5.1393	–5.8870
Nr. 6	1.0522	–0.0522	–1.1746	–2.2956	–3.3940	–4.4467	–5.4277	–6.3074	–7.0512	–7.6112

Tabelle 9d

z_n \ n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Nr. 1	0.3034	0.0784	–0.1378	–0.3422	–0.5315	–0.7019	–0.8487	–0.9651	–1.0368	–0.9964
Nr. 2	–0.8223	–1.2363	–1.6253	–1.9820	–2.2981	–2.5623	–2.7567	–2.8184	–2.6708	–2.4494
Nr. 3	–2.4511	–2.9884	–3.4753	–3.8975	–4.2349	–4.4480	–4.3532	–4.0956	–3.7525	–3.3436
Nr. 5	–6.5193	–6.9942	–7.1873	–6.9469	–6.5530	–6.0478	–5.4471	–4.7620	–4.0024	–3.1782
Nr. 6	–7.8624	–7.7614	–7.4264	–6.9756	–6.4092	–5.7329	–4.9550	–4.0855	–3.1360	–2.1197

Tabellen 10a—d

Funktionswerte der Kurven Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 für c = 15 cm

Tabelle 10a

z_n \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. 1	0.0771	0.2225	0.4079	0.6235	0.8625	1.1197	1.3904	1.6702	1.9552	2.2409
Nr. 2	0.1524	0.4370	0.7975	1.2140	1.6731	2.1640	2.6773	3.2039	3.7353	4.2628
Nr. 3	0.2259	0.6437	1.1691	1.7723	2.4331	3.1351	3.8638	4.6054	5.3464	6.0731
Nr. 4	0.3327	0.9391	1.6934	2.5509	3.4810	4.4589	5.4622	6.4694	7.4589	8.4083
Nr. 5	0.4354	1.2175	2.1792	3.2612	4.4227	5.6303	6.8534	8.0623	9.2264	10.3130
Nr. 6	0.6282	1.7242	3.0401	4.4883	6.0085	7.5503	9.0666	10.5102	11.8307	12.9684
Nr. 7	0.9131	2.4307	4.1755	6.0218	7.8824	9.6835	11.3548	12.8231	14.0039	14.7746

Tabelle 10b

z_n \ n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nr. 1	2.5234	2.7986	3.0620	3.3089	3.5319	3.7306	3.8899	3.9944	3.9509	3.8205
Nr. 2	4.7776	5.2703	5.7308	6.1475	6.5058	6.7843	6.9166	6.7567	6.4760	6.1155
Nr. 3	6.7711	7.4247	8.0161	8.5227	8.9111	9.0750	8.8277	8.4219	7.9055	7.2992
Nr. 4	9.2929	10.0844	10.7462	11.2190	11.2876	10.8729	10.2785	9.5450	8.6941	7.7417
Nr. 5	11.2843	12.0924	12.6599	12.6861	12.1967	11.5001	10.6383	9.6339	8.5041	7.2644
Nr. 6	13.8439	14.2462	13.9189	13.2664	12.4022	11.3490	10.1234	8.7416	7.2207	5.5792
Nr. 7	14.8263	14.4976	13.8434	12.9519	11.8290	10.4885	8.9486	7.2308	5.3601	3.3646

Tabelle 10c

z_n \ n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Nr. 1	3.6441	3.4327	3.1929	2.9298	2.6477	2.3505	2.0419	1.7256	1.4052	1.0844
Nr. 2	5.6913	5.2142	4.6929	4.1349	3.5473	2.9371	2.3112	1.6765	1.0400	0.4088
Nr. 3	6.6170	5.8703	5.0695	4.2245	3.3449	2.4406	1.5216	0,5980	−0.3195	−1.2199
Nr. 4	6.7017	5.5872	4.4114	3.1876	1.9295	0.6514	−0.6318	−1.9043	−3.1495	−4.3495
Nr. 5	5.9300	4.5167	3.0407	1.5192	−0.0296	−1.5863	−3.1305	−4.6400	−6.0905	−7.4567
Nr. 6	3.8374	2.0175	0.1435	−1.7585	−3.6602	−5.5310	−7.3373	−9.0420	−10.6028	−11.9693
Nr. 7	1.2755	−0.8728	−3.0424	−5.1923	−7.2777	−9.2490	−11.0514	−12.6220	−13.8837	−14.7223

Tabelle 10d

z_n \ n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Nr. 1	0.7668	0.4561	0.1562	−0.1288	−0.3948	−0.6367	−0.8487	−1.0229	−1.1453	−1.1477
Nr. 2	−0.2096	−0.8076	−1.3770	−1.9089	−2.3935	−2.8187	−3.1683	−3.4142	−3.4302	−3.1990
Nr. 3	−2.0916	−2.9223	−3.6984	−4.4044	−5.0217	−5.5248	−5.8678	−5.8031	−5.4560	−4.9757
Nr. 4	−5.4849	−6.5340	−7.4712	−8.2637	−8.8617	−9.1038	−8.7356	−8.1458	−7.4037	−6.5396
Nr. 5	−8.7079	−9.8081	−10.7092	−11.3290	−11.3300	−10.7804	−10.0134	−9.0787	−8.0037	−6.8089
Nr. 6	−13.0754	−13.8105	−13.7519	−13.1566	−12.3213	−11.2858	−10.0723	−8.6992	−7.1849	−5.5486
Nr. 7	−14.8113	−14.5556	−13.8662	−12.9632	−11.8355	−10.4926	−8.9513	−7.2327	−5.3615	−3.3656

Tabellen 11a—d

Funktionswerte der Kurven 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 für c = 25 cm

Tabelle 11a

z_n \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. 1*	0.0999	0.2885	0.5294	0.8098	1.1212	1.4567	1.8103	2.1764	2.5498	2.9252
Nr. 2	0.1979	0.5689	1.0403	1.5865	2.1902	2.8376	3.5164	4.2154	4.9236	5.6300
Nr. 3	0.2941	0.8414	1.5330	2.3305	3.2078	4.1440	5.1205	6.1200	7.1254	8.1196
Nr. 4	0.4347	1.2352	2.2384	3.3866	4.6404	5.9681	7.3412	8.7327	10.1159	11.4634
Nr. 5	0.5716	1.6121	2.9048	4.3729	5.9638	7.6347	9.3468	11.0631	12.7462	14.3570
Nr. 6	0.8327	2.3145	4.1229	6.1433	8.2971	10.5191	12.7495	14.9295	16.9978	18.8892
Nr. 7	1.2310	3.3402	5.8337	8.5393	11.3379	14.1294	16.8194	19.3114	21.4988	23.2496

Tabelle 11b

z_n \ n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nr. 1*	3.2974	3.6611	4.0108	4.3406	4.6441	4.9136	5.1390	5.3035	5.3450	5.2019
Nr. 2	6.3237	6.9930	7.6260	8.2090	8.7258	9.1549	9.4595	9.4758	9.1804	8.7590
Nr. 3	9.0852	10.0034	10.8536	11.6115	12.2453	12.7027	12.7895	12.3774	11.7804	11.0453
Nr. 4	12.7459	13.9321	14.9836	15.8499	16.4431	16.3204	15.7059	14.8485	13.8029	12.5998
Nr. 5	15.8528	17.1836	18.2840	19.0438	18.9954	18.2558	17.2200	15.9514	14.4852	12.8478
Nr. 6	20.5164	21.7734	22.3424	21.7353	20.6662	19.2743	17.6063	15.6935	13.5635	11.2431
Nr. 7	24.3456	24.2322	23.2914	21.9865	20.3343	18.3546	16.0714	13.5129	10.7114	7.7031

* Kurve hat größere Abweichungen

Tabelle 11c

z_n \ n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Nr. 1*	4.9906	4.7301	4.4304	4.0987	3.7409	3.3623	2.9679	2.5652	2.1509	–1.7378
Nr. 2	8.2436	7.6518	6.9966	6.2889	5.5386	4.7550	3.9473	3.1246	2.2960	1.4703
Nr. 3	10.1970	9.2536	8.2303	7.1406	5.9985	4.8168	3.6086	2.3871	1.1659	–0.0411
Nr. 4	11.2624	9.8106	8.2631	6.6383	4.9544	3.2303	1.4851	–0.2613	–1.9881	–3.6735
Nr. 5	11.0628	9.1524	7.1391	5.0456	2.8956	0.7136	–1.4745	–3.6414	–5.7584	–7.7945
Nr. 6	8.7601	6.1438	3.4253	0.6379	–2.1829	–4.9991	–7.7698	–10.4505	–12.9925	–15.3406
Nr. 7	4.5285	1.2324	–2.1370	–5.5263	–8.8776	–12.1278	–15.2068	–18.0358	–20.5224	–22.5493

Tabelle 11d

z_n \ n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Nr. 1*	1.3279	0.9259	0.5369	0.1659	–0.1815	–0.4991	–0.7798	–1.0139	–1.1858	–1.2382
Nr. 2	0.6577	–0.1324	–0.8898	–1.6037	–2.2621	–2.8511	–3.3531	–3.7418	–3.9374	–3.7347
Nr. 3	–1.2195	–2.3540	–3.4284	–4.4249	–5.3229	–6.0970	–6.7106	–7.0867	–6.8738	–6.3596
Nr. 4	–5.2944	–6.8257	–8.2393	–9.5025	–10.5733	–11.3879	–11.7393	–11.2527	–10.4500	–9.4365
Nr. 5	–9.7158	–11.4841	–13.0541	–14.3668	–15.3285	–15.6231	–14.9159	–13.8646	–12.5644	–11.0622
Nr. 6	–17.4297	–19.1763	–20.4514	–20.8452	–19.9906	–18.7181	–17.1316	–15.2796	–13.1973	–10.9161
Nr. 7	–23 9349	–24.0658	–23.2098	–21.9364	–20.3000	–18.3296	–16.0524	–13.4980	–10.6994	–7.6933

* Kurve hat größere Abweichungen

Um eine Vorstellung von der Genauigkeit der Approximationen zu haben, sind in der Tab. 12 die Ordinatendifferenzen $z_s - \zeta_s$ der Innen- und Außenwasserstandskurve im Schnittpunkt S eingetragen. Man erkennt daraus, daß die Differenzen im allgemeinen mit wachsender Amplitude zunehmen, wie das zu erwarten ist. Die maximalen Abweichungen betragen fast 4 mm, jedoch ändert sich das Bild, wenn man die Differenz $z_S - \zeta_S$ zur Amplitude c ins Verhältnis setzt, wodurch sich die maximalen Fehler viel regelmäßiger verteilen und durchweg unter 2% liegen.

Von Interesse ist bei allen Kurven das Verhältnis der gedämpften zur äußeren Amplitude, das man aus der Berechnung des ersten Maximums bekommt. Nimmt man zu diesen Quotienten Z_{max}/c noch diejenigen im Minimum z_{min}/c hinzu, so gewinnt man einen Anhaltspunkt über die Abnahme der Amplitude und kann daraus vermuten, wie bald sich die Endform der inneren Schwingung einstellen wird, was für die Abschätzung des Umfangs der Arbeiten bei einer Ausdehnung über mehrere Perioden von Bedeutung ist. Die Ergebnisse der Ordinaten der Extrema und die zugehörigen Quotienten in Prozent sind in der Tab. 13 eingetragen.

Tabelle 12

Fehler $z_S - \zeta_S$ der Approximation im 1. Maximum und 1. Minimum

Amplitude c \ Kurve Nr.		1	2	3	4	5	6	7
2 cm	Max.	–0,0044	0,0095	0,0037	nicht berechnet	–0,0013	nicht berechnet	nicht berechnet
	Min.	–0,0269	0,0041	–0,0072		0,0014		
5 cm	Max.	–0,0525	–0,0469	0,0102		0,0292		
	Min.	–0,0447	–0,0194	0,1896		–0,0161		
8 cm	Max.	0,0831	–0,0098	0,0337	0,0075	0,0150	0,0186	
	Min.	0,0395	–0,1068	0,0512	abgebrochen	–0,0288	–0,0152	
15 cm	Max.	–0,1723	0,0080	0,0681	0,1145	0,0115	0,0192	–0,0738
	Min.	–0,0313	–0,1003	0,1923	–0,0945	0,0050	–0,0413	0,0724
25 cm	Max.	–0,3777	0,1324	0,3385	–0,2602	–0,0399	0,0386	0,0778
	Min.	–0,3656	0,0081	0,1139	–0,1107	–0,3033	–0,2235	0,0501

Man erkennt daraus den relativ hohen Anstieg für die kleineren Amplituden, wie er in der Abb. 16 graphisch dargestellt ist, damit man wenigstens grob auch für die dazwischen liegenden Amplituden interpolieren kann, sofern die Berechnungen jeweils über alle 5 Amplitudenwerte durchgeführt worden sind. Um auch für die Kurve Nr. 4 einen dritten Punkt zu gewinnen, wurde ihre successive Approximation ergänzend bis zum ersten Maximum durchgeführt und die Rechnung dann abgebrochen. Schießlich dienen die Darstellungen in Abb. 17a—e dazu, den zu erwartenden Wert z_{max}/c für verschiedene Dämpfungsverhältnisse zwischen 1 : 1000 und 1 : 8000 und Perioden von wenigen Minuten bis zu 100 Minuten bei den gewählten Grundamplituden ungefähr entnehmen zu können.

Bei der Benutzung aller hier wiedergegebenen Tabellen und Diagramme ist zu bedenken, daß die Ergebnisse auf einen Durchflußkoeffizienten $\mu = 0{,}60$ abge-

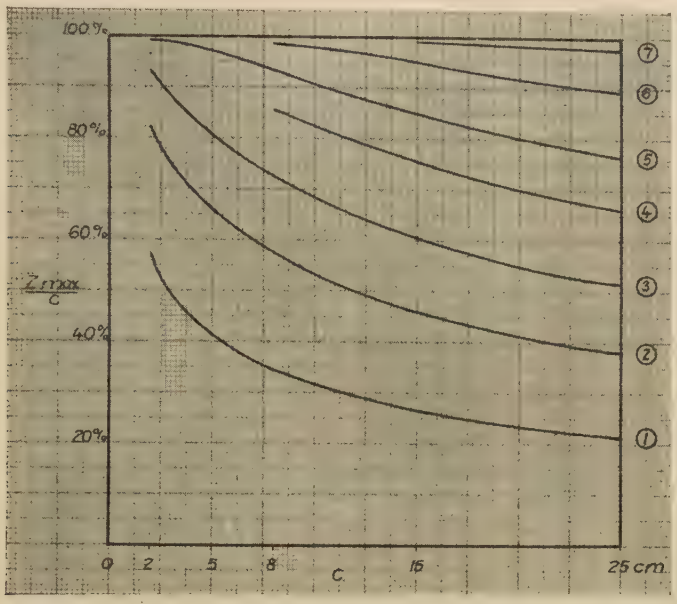

Abb. 16. Angenähertes Verhältnis z_{max}/c für verschiedene Amplituden und Kurven

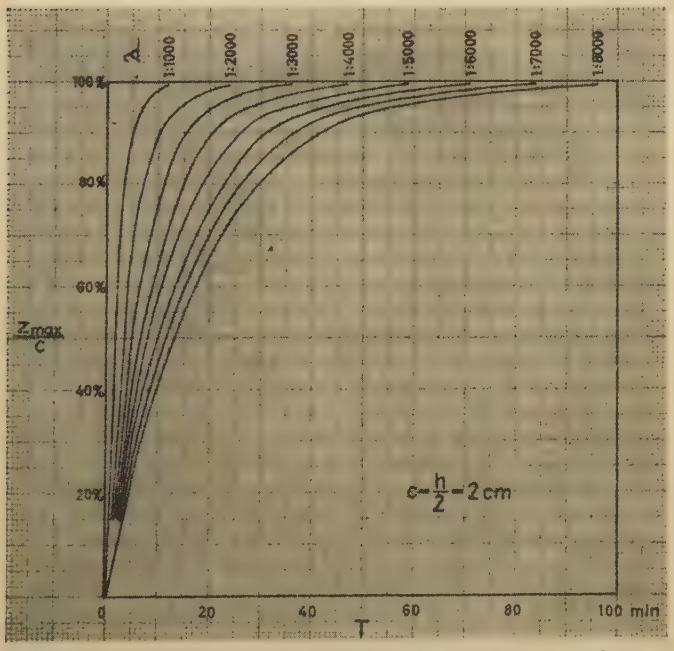

Abb. 17a. Ungefährer Verlauf des Quotienten z_{max}/c für $c = 2$ cm

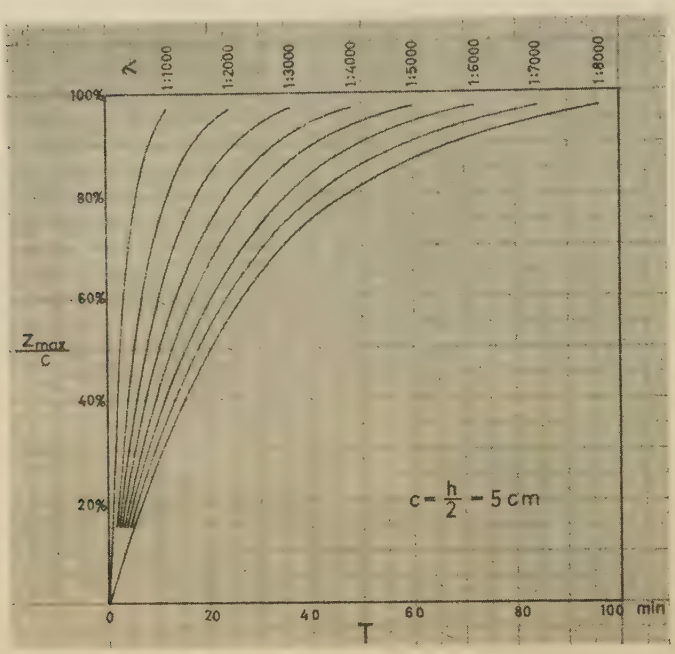

Abb. 17b. Ungefährer Verlauf des Quotienten z_{max}/c für $c = 5$ cm

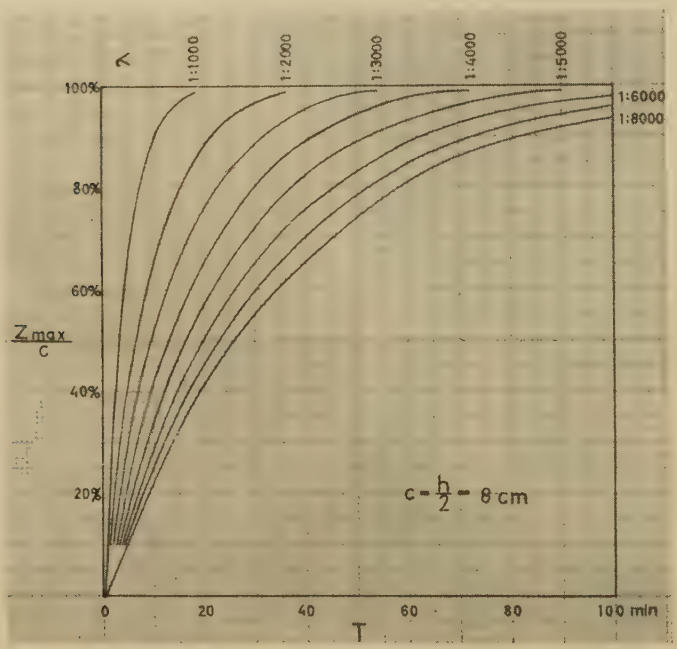

Abb. 17c. Ungefährer Verlauf des Quotienten z_{max}/c für $c = 8$ cm

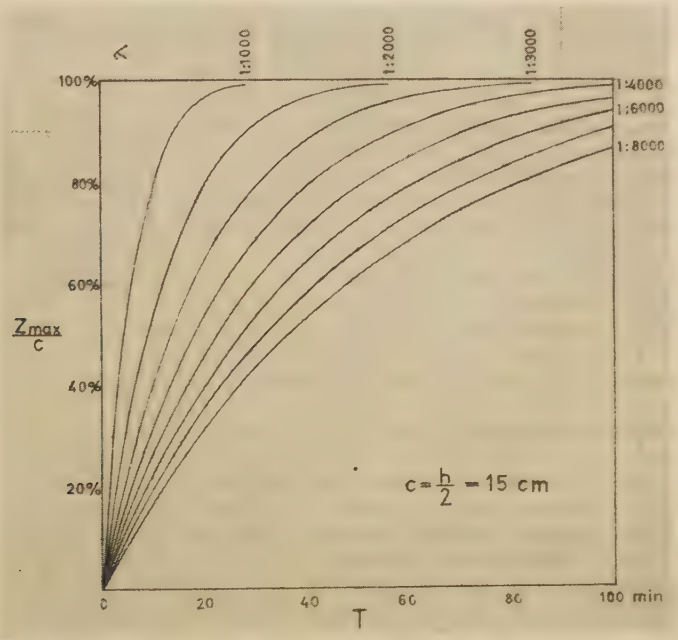

Abb. 17d. Ungefährer Verlauf des Quotienten z_{max}/c für $c = 15$ cm

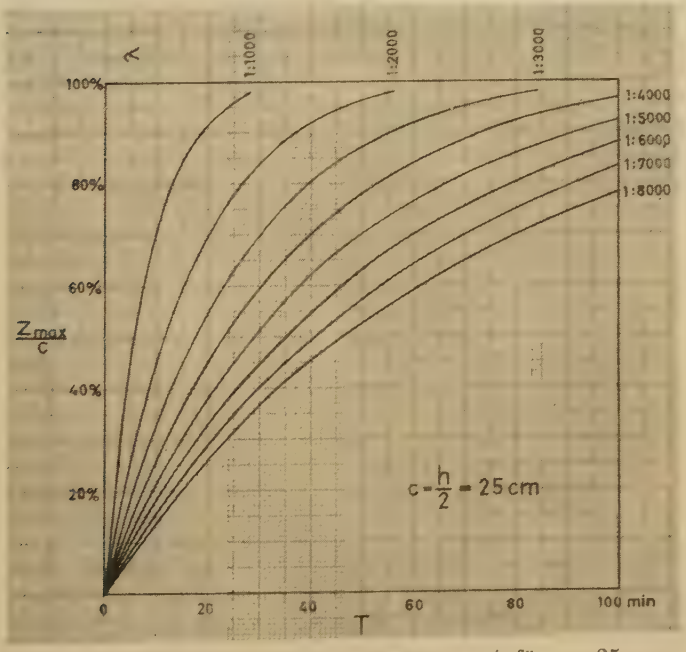

Abb. 17e. Ungefährer Verlauf des Quotienten z_{max}/c für $c = 25$ cm

stimmt sind. Ändert sich dieser Wert, so ist aus der Relation

$$k = \lambda \mu \sqrt{2g}$$

Tabelle 13

Höhenlage des 1. Maximums und Minimums und die Quotienten z_{max}/c bzw. z_{min}/c in Prozent

Amplitude c \ Kurve Nr.		1	2	3	4	5	6	7
2 cm	Max.	1.1437 (57.2%)	1.6462 (82.3%)	1.8661 (93.3%)	nicht berechnet	1.9914 (99.6%)	nicht berechnet	nicht berechnet
	Min.	−0.7060 (35.3%)	−1.4295 (71.5%)	−1.7970 (89.9%)		−1.9911 (99.6%)		
5 cm	Max.	2.0722 (41.4%)	3.2846 (65.7%)	4.0282 (80.5%)		4.8661 (97.3%)		
	Min.	−0.9397 (18.7%)	−2.3317 (46.6%)	−3.4335 (68.7%)		−4.8033 (96.1%)		
8 cm	Max.	2.7669 (34.6%)	4.5764 (57.2%)	5.7761 (72.2%)	6.8433 (85.5%)	7.4643 (93.3%)	7.8995 (98.7%)	
	Min.	−1.0379 (13.0%)	−2.8228 (35.3%)	−4.4537 (55.7%)	abgebrochen	−7.1880 (89.8%)	−7.8704 (98.4%)	
15 cm	Max.	3.9988 (26.7%)	6.9169 (46.1%)	9.0771 (60.5%)	11.3006 (75.3%)	12.7381 (84.9%)	14.2472 (95.0%)	14.8515 (99.0%)
	Min.	−1.1617 (7.7%)	−3.4536 (23.0%)	−5.8916 (39.3%)	−9.1071 (60.7%)	−11.3983 (76.0%)	−13.8826 (92.4%)	−14.8214 (98.8%)
25 cm	Max.	5.3520 (21.4%)	9.5072 (38.0%)	12.8160 (51.3%)	16.4814 (65.9%)	19.1221 (76.5%)	22.3426 (89.4%)	24.4531 (97.8%)
	Min.	−1.2431 (5.0%)	−3.9374 (15.7%)	−7.0924 (28.4%)	−11.7420 (47.0%)	−15.6443 (62.6%)	−20.8665 (83.5%)	−24.1342 (96.5%)

Tabelle 14

Modifizierte Dämpfungsfaktoren für verschiedene Durchflußkoeffizienten (abgerundet)

λ \ μ	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
1 : 250	1 : 190	1 : 210	1 : 230	1 : 250	1 : 270	1 : 290	1 : 310
500	380	420	460	500	540	580	630
750	560	620	690	750	810	870	940
1000	750	830	920	1000	1080	1170	1250
2000	1500	1670	1830	2000	2170	2330	2500
3000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750
4000	3000	3330	3670	4000	4330	4670	5000
5000	3750	4170	4580	5000	5420	5830	6250
6000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
8000	6000	6670	7330	8000	8670	9330	10000
10000	7500	8330	9170	10000	10830	11670	12500

für jedes μ ein modifizierter Wert von λ so zu bestimmen, daß der Wert von k, der allen Rechnungen zugrunde gelegt ist, unverändert bleibt. Die Tab. 14 gibt diese Zuordnung für die gebräuchlichsten Werte von μ und λ, so daß bezüglich der Größe des Durchflußkoeffizienten keine Schwierigkeiten entstehen.

Literatur[1])

[1] Borchardt, L., Nilmesser und Nilstandsmarken. Abhandlungen der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1906.

[2] Jordan, W., Die Gradmessung der Araber 827 nach Chr. Zeitschrift für Vermessungswesen. XVIII (1889).

[3] Reiss, W., Der Nilometer bei Cairo. Zeitschrift für Vermessungswesen, XVIII (1889).

[4] Model, F., Pegelstationen des Kriegsmarine-Pegelnetzes der Ostsee. Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte und des Marineobservatoriums. 61 (1941).

[5] Balay, M. A., Differential Tide-gauge for recording seiches. The International Hydrographic Review. Vol. XXVIII (1951) No. 2.

[6] Airy, G. B., Tides and Waves. London und Glasgow 1849, S. 364 und 365.

[7] Harris, R. A., Manual of Tides. Part II, Appendix N° 9. Washington 1898, S. 478.

[8] Richardson, E. G., Dynamics of real fluids. London 1950, S. 92.

[9] Lamb, H., Lehrbuch der Hydrodynamik. Deutsche Ausgabe. Berlin und Leipzig 1931, S. 405—413.

[10] Wolfzun, I. B., Die Berechnung der Querschnittsfläche eines Verbindungsrohres zwischen oberer Öffnung eines Überlaufes und dem Schacht eines Schreibpegels. Meteorologija i Gidrologija 1 (1955).

[11] Sager, G., Einfluß von Wasserstandsstörungen auf Registrierpegel. Annalen für Hydrographie. 4 (1956).

[12] Sager, G., Grundlagen zur Berechnung von Registrierpegeln. Wasserwirtschaft/Wassertechnik. 10 (1958).

[13] Schumacher, A., Mitt. in: Landolt-Börnstein, Ozeanographie, Zahlenwerte und Funktionen. Band III. Berlin 1952.

[1]) enthält nur die unmittelbar auf die Thematik der Dämpfung von Registrierpegeln bezüglichen Titel, nicht aber die Dutzende Beiträge über Registrierpegel im allgemeinen.

Abschluß der Arbeit: 20. Mai 1960

Buchbesprechung

Karol Zagrodzki „OCEANOGRAFIA DLA MARNARZY"

(Ozeanographie für Nautiker)

Die 1956 im polnischen Verlag Wydawnicteva Komunikacyjne in Warszawa veröffentlichte „Ozeanographie für Nautiker" des Leiters des Zaklad Oceanografii in Gdynia des Staatlichen Meteorologischen und Hydrologischen Dienstes der Volksrepublik Polen Kapitän Karol Zagrodzki ist ein speziell auf die Belange der Nautiker ausgerichtetes ozeanographisches Werk. Es kann nicht nur als umfassendes und interessantes Lehrbuch, sondern dem Nautiker auch zum laufenden Handgebrauch dienen. Das Werk umfaßt 415 Seiten mit 301 Abbildungen und 30 Karten und Tabellen im Anhang.

In der Einführung wird die Ozeanographie als Wissenschaft kurz umrissen, einige große Expeditionen zur Erforschung der Ozeane und Meere werden geschildert, und der Anteil polnischer Ozeanographen an der vielfältigen Erforschung der Ozeane wird gewürdigt.

In diesem Zusammenhang erwähnt der Verfasser den polnischen Zoologen Szymon Syrski, die Professoren Kwietniewski, Nusbaum und Wietrzykowski und würdigt insbesondere die von Henryk Arctowski und Antoni Dobrowolski bei der Forschungsfahrt der „Belgica" in Antarktischen Gewässern geleisteten Arbeiten. Die polnischen fischereibiologischen Forschungen sind vertreten durch die Arbeiten von Professor Antoni Jakuski, Mieczeslaw Bogucki und unsbesondere durch Professor Kazimir Demel, der trotz seines hohen Alters gleichzeitig Verfasser von mehreren Monographien ist. In diesem Zusammenhang dürfen aber auch die ozeanographischen Arbeiten von Michal Siedlecki und Dluski, die neuen Arbeiten der Gruppe junger Wissenschaftler des Zaklad Oceanographi Gdynia unter Gesamtleitung von Karol Zagrodzki in der Ostsee und die umfangreichen Küstenforschungen an der polnischen Küste unter Leitung von Pavel Slomianko vom Institut Morski Gdansk nicht unerwähnt bleiben.

Der erste und größere Teil des Werkes befaßt sich mit den physikalischen und chemischen Eigenschaften des Meerwassers, wobei zuerst die Organisation der Beobachtungen von Küstenstationen und Schiffen und die Organisation des polnischen Hydrometeorologischen Dienstes behandelt werden. Anschließend gibt der Verfasser eine kurze Übersicht über die Verteilung von Ozeanen und Kontinenten, über ihre Flächen und über Inseln verschiedener Art. Weiterhin werden die sowohl allgemein üblichen Geräte zur Feststellung des Tiefenreliefs, Wasserschöpfer und Kippthermometer, Lotmaschinen, Winden, Dynamometer, Echolote als auch Trossenkurven und die Fragen der Berichtigungen von Lotungen beschrieben.

Ein weiteres Kapitel befaßt sich mit Fragen der Morphologie des Meeresbodens, mit den Formen und der Verteilung seines Areals in Schelf, Kontinentalabhang und Tiefsee, mit der hypsographischen Kurve der Erdrinde. Anschließend beschreibt K. Zagrodzki die Ozeane und einige Meere, die Eigenschaften ihres Bodenreliefs unter Beilage von verschiedenem Kartenmaterial und Querschnitten, vergleicht bildlich den Atlantischen Ozean in der Lambert- und Merkatorprojektion, wie auch den Stillen Ozean in der Eckert- und Winkelprojektion.

In Kapitel IV sind verschiedene Stoßröhren zur Entnahme von Kernen des Meeresbodens, Bodengreifer, Dretgen, wie auch Methoden der Siebanalyse, die Bodenklassifikationen, der biogene Anteil im Meeresboden mit anschließenden Karten der Verteilung verschiedener Bodenarten in Ozeanen und einigen Meeren beschrieben.

In Kapitel V werden die Eigenarten einiger Wasserschöpfer zur Entnahme von Wasserproben, Methoden der chemischen Analyse des Meerwassers und die dazugehörende Apparatur, die Anbringung von Korrekturwerten und einige Fragen der elektrischen Leitfähigkeit, Querschnitte mit Isohalinen zur Charakteristik der Versalzung einiger Meere wiedergegeben. Danach folgen Fragen der Dichte des Meerwassers, ihrer Feststellung durch Geräte und die Verteilung der Dichteverhältnisse in einzelnen Ozeanen und Meeren. Die Gasverhältnisse des Meerwassers werden beschrieben.

Kapitel VI befaßt sich mit den optischen Verhältnissen und der Farbe des Meerwassers, mit den diesbezüglichen Geräten und Klassefikationen.

Über die Wassertemperatur in den Ozeanen und Meeren und ihre Messung spricht Kapitel VII und über Eisverhältnisse, diesbezügliche Geräte und über die geographische Verteilung der Eisbedeckungsgrenzen Kapitel VIII.

Der zweite, leider kleinere Teil des Werkes ist der für den Nautiker besonders wichtigen „Dynamik der Wassermassen des Meeres" gewidmet. Kapitel IX beschreibt die Wasserstandsschwankungen einschließlich der Gezeiten, ihre Theorie und Verteilung im Weltozean, wie auch Geräte zu ihrer Feststellung.

Das umfangreiche Kapitel X umfaßt die Wellen des Meeres, in einem für Nautiker ausreichendem Maße die Wellentheorie, Angaben über den Einfluß des Windes zur Bildung von Windwellen, Angaben über die Wellen einzelner Meere und Ozeane, wie auch die zur Messung und Beobachtung erforderlichen Geräte und Methoden.

Das letzte, verhältnismäßig kleine, aber komprimiert geschriebene Kapitel XI beinhaltet die Meeresströmungen in ihrer Vielfalt, die Theorie von Windströmungen, einige übliche Geräte und Methoden für Strömungsmessungen und die kurzgefaßten Charakteristiken der Strömungsverhältnisse in den einzelnen Ozeanen und Meeren, die besonders für den Nautiker wichtig sind.

Das Werk von K. Zagrodzki ist mit vielen größeren und kleineren farbigen Karten und Hilfstabellen im Text und im Anhang versehen. Es gibt dem Nautiker nicht nur eine gute kurzgefaßte Übersicht über das gesamte Geschehen im Ozean und in einzelnen Meeren als Ergänzung zu den meereskundlichen Teilen in den Seehandbüchern einzelner Meere und Ozeane, sondern auch die Möglichkeit bei einigen einfacheren Messungen, sie selbst zu bearbeiten und auszuwerten. Als solches ist es zu begrüßen und über die Kreise der Seefahrer hinaus zu empfehlen.

Erich Bruns

Internationale Revue der gesamten Hydrobiologie

Begründet von R. Woltereck

Herausgegeben von
Hubert Caspers, Hamburg · Fritz Gessner, München · Arno Wetzel, Leipzig

Unter Mitarbeit von
P. Bourrelly, Paris · V. Brehm, Lunz · B. Fott, Prag · D. G. Frey, Bloomington
H. Luther, Helsinki · R. Margalef, Barcelona · C. H. Mortimer, Millport
H. Oka, Tokio · W. Rodhe, Upsala · W. Schäperclaus, Berlin
V. Tonolli, Pallanza · L. Zenkevitch, Moskau

Mit dieser Zeitschrift wollen die Herausgeber der immer weitergehenden und unvermeidbaren Spezialisierung die Einheit der hydrobiologischen Forschung wahren.
Sie behandeln — den Absichten des Begründers der Zeitschrift, R. Woltereck, folgend — das Gesamtgebiet der Hydrobiologie, das heißt also, Limnologie und marine Hydrobiologie in gleichem Maße und streben innerhalb dieser beiden Teilgebiete größte Vielseitigkeit an.
Darüber hinaus legen Herausgeber und Verlag großen Wert darauf, die Tradition der „Revue" als eines wahrhaft internationalen Organs fortzuführen.
Die Zeitschrift steht allen Hydrobiologen zur Publikation ihrer Arbeiten offen und erörtert Probleme aus allen Teilen der Welt.

Ab Band 46 erscheint die Zeitschrift vierteljährlich im AKADEMIE-VERLAG BERLIN
mit 160 Seiten je Heft, zahlreichen Abbildungen und im Format 16,7 × 24 cm
Der Bezugspreis beträgt je Heft DM 30,—

Bestellungen durch eine Buchhandlung erbeten

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN